



Computational Intelligence in Electrical Engineering  
Vol. 15, No. 04, 2025  
pp. 115- 130  
Research Paper

## Design of an LPV Tracker for Nonholonomic Mobile Robots in the Presence of Actuator Faults and Input Saturation

Mohammad Kazem Shabani Gloiak<sup>1</sup>, Mohammad Hassan Asemanni<sup>2\*</sup>,  
Amirhossein Hami<sup>3</sup>

<sup>1</sup> M.Sc. Student in Electrical Engineering - Control, Department of Electrical and Computer Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran

<sup>2</sup> Professor, Department of Electrical and Computer Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran

<sup>3</sup> M.Sc. Student in Electrical Engineering - Control, Department of Electrical and Computer Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran

### Abstract:

In recent years, wheeled mobile robots have found a prominent place in various fields such as medicine, agriculture, and military applications. Due to their simple design and low production cost, these robots are recognized as efficient and cost-effective tools for performing diverse tasks in different environments. This paper presents a novel control strategy for non-holonomic mobile robots based on LPV models. The proposed controller aims to ensure the dynamic stability of the system while enhancing its resilience to actuator faults and input saturation, which are common in operational scenarios. The design process involves solving a set of linear matrix inequalities (LMIs) to determine the optimal controller parameters. Furthermore, to cope with actuator faults, an extended Kalman filter (EKF) is utilized for accurate system state estimation and parameter variation identification. Simulation results demonstrate that the proposed controller can precisely track the reference trajectory while maintaining its stability and accuracy even under actuator faults and control signal saturation.

**Keywords:** Extended Kalman Filter (EKF), Fault-Tolerant Control, LPV Controller, Mobile Robot, Trajectory Tracking.



This is an open access article under the CC BY-NC-ND/4.0/ License (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).



<https://doi.org/10.22108/ISEE.2025.143424.1713>

## طراحی ردیاب LPV در ربات‌های سیار غیرهولونومیک در حضور خطای

### محرك و اشباع ورودی

محمد کاظم شبانی گلوپیک<sup>۱</sup>، محمدحسن آسمانی<sup>۲\*</sup>، امیرحسین حامی<sup>۳</sup>

۱- دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی برق کنترل، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه

شیراز، شیراز، ایران

kazem.shabani1376@gmail.com

۲- استاد، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

asemani@shirazu.ac.ir

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد رشته مهندسی برق کنترل، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه شیراز،

شیراز، ایران

amir.hami@hafez.shirazu.ac.ir

**چکیده:** در سال‌های اخیر، ربات‌های چرخ‌دار متحرک در بسیاری از زمینه‌ها مانند پزشکی، کشاورزی و نظامی، توانسته‌اند جایگاهی ویژه پیدا کنند. این ربات‌ها به دلیل طراحی ساده و هزینه کم تولید، به عنوان ابزارهایی کارآمد و مقرون‌به‌صرفه برای انجام وظایف گوناگون در محیط‌های مختلف شناخته می‌شوند. در این مقاله، یک راهبرد کنترلی جدید برای ربات‌های سیار غیرهولونومیک مبتنی بر مدل‌های LPV طراحی می‌شود. هدف از طراحی کنترل‌کننده پیشنهادی تضمین پایداری دینامیکی سیستم و همچنین افزایش تاب‌آوری آن در برابر خطاهای محرك و اشباع ورودی است که به طور معمول در سناریوهای عملیاتی رخ می‌دهند. فرایند طراحی با استفاده از حل یک دسته نامساوی‌های ماتریسی خطی (LMI) برای تعیین پارامترهای بهینه کنترل‌کننده انجام می‌شود. علاوه بر این، برای مقابله با خطاهای محرك، از فیلتر کالمن توسعه‌یافته (EKF) برای برآورد دقیق وضعیت سیستم و شناسایی تغییرات پارامترهای آن استفاده شده است. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد کنترل‌کننده پیشنهادی قادر به ردیابی دقیق مسیر مرجع است و در عین حال، می‌تواند پایداری و دقت خود را حتی در شرایطی که با خطاهای محرك و اشباع سیگنال کنترلی مواجه است، حفظ کند.

**واژه‌های کلیدی:** ربات متحرک، ردیابی مسیر، کنترل تحمل‌پذیر خطا، کنترل‌کننده LPV، فیلتر کالمن توسعه‌یافته.

### ۱- مقدمه

کنترل‌کننده‌های پیشرفته‌ای که بتوانند در مواجهه با این خطاها عملکردی مطلوب داشته باشند، ضروری به نظر می‌رسد [۳].

روش LPV<sup>۱</sup> به عنوان یکی از روش‌های پیشرفته و کارآمد در بهینه‌سازی عملکرد کنترل ربات‌های سیار شناخته می‌شود؛ به طوری که این سیستم‌های کنترلی قادر به تطبیق با تغییرات پارامترهای محیطی هستند و می‌توانند مسیر خود را با دقت بیشتری دنبال کنند. در این روش، مدل سیستم به طور دینامیک و بر مبنای پارامترهای متغیر، به‌روزرسانی

ربات‌های سیار چرخ‌دار، به دلیل قابلیت حرکت مستقل و انعطاف‌پذیری زیاد، در صنایعی گوناگون مانند پزشکی، کشاورزی و حمل‌ونقل استفاده می‌شوند. یکی از چالش‌های اصلی در کنترل ربات‌های سیار تضمین پایداری و دقت مسیر حرکتی آنها در شرایط واقعی است. در بسیاری از کاربردها، این ربات‌ها در محیط‌های نامنظم یا پیچیده حرکت می‌کنند که ممکن است باعث بروز خطا در سیستم‌های کنترلی شود [۱، ۲]. در این راستا، طراحی

می‌شود که در نتیجه، کنترل‌کننده را از انعطاف‌پذیری بسیار زیادی برخوردار می‌کند [۴].

یکی از مسائل مهم در کنترل مسیر ربات‌ها مشکل اشباع ورودی در عملگرهای آنهاست [۶، ۵]. معمولاً محرک‌های ربات‌ها محدودیت‌هایی از نظر توان عملیاتی دارند که این محدودیت‌ها می‌توانند دقت اجرای دستورات کنترلی را تحت تأثیر قرار دهند. برای مقابله با این چالش، می‌توان اشباع ورودی را به عنوان یک محدودیت در طراحی کنترل‌کننده‌های LPV در نظر گرفت [۷، ۸] و از روش‌های بهینه‌سازی برای تنظیم دقیق پارامترهای کنترل‌کننده استفاده کرد. این رویکرد موجب جلوگیری از ناپایداری سیستم در شرایط مختلف عملیاتی خواهد شد [۸، ۹].

در بسیاری از پژوهش‌های پیشین، طراحی کنترل‌کننده‌های LPV برای ربات‌های سیار، بدون لحاظ کردن خطاهای ناشی از نقایص در عملکرد محرک‌ها، انجام شده است. علاوه بر این، در برخی از این پژوهش‌ها، فرض بر این بوده است که عملگرهای ربات قادر به تولید و اعمال ورودی‌های کنترلی بدون هیچ‌گونه محدودیت یا موانعی هستند [۷، ۸]، در حالی که محدودیت‌های سخت‌افزاری عملگرها باعث اشباع ورودی و تأثیر آن بر عملکرد کنترل‌کننده می‌شوند. با توجه به نکات بیان‌شده، یک کنترل‌کننده LPV نوآورانه ارائه خواهد شد که علاوه بر تضمین پایداری و ردیابی مسیر، قابلیت تحمل خطاهای محرک‌ها را در حضور اشباع عملگرها، با استفاده از فیلتر کالمن توسعه‌یافته ( $EKF^2$ ) دارد [۱۰، ۱۱].

در این مقاله، یک راهبرد کنترلی جدید مبتنی بر مدل‌های LPV برای ربات‌های سیار غیرهولونومیک طراحی شده و توسعه یافته است که بتواند علاوه بر تضمین پایداری دینامیکی مسیر، عملکردی مقاوم در برابر انواع خطاهای ناشی از اختلالات در محرک‌ها فراهم آورد. در این راستا، ابتدا یک روش جدید برای مدل‌سازی دقیق ربات سیار به صورت LPV ارائه می‌شود. سپس، شرایط پایداری دینامیک خطای ردیابی در حضور قیود ناحیه‌ی پایداری  $LMI^3$  ارائه می‌شود. در ادامه، از فیلتر کالمن توسعه‌یافته برای جبران خطاهای محرک استفاده می‌شود. علاوه بر این، اثرات منفی اشباع عملگر ورودی بر دقت و پایداری

عملکرد کنترل‌کننده بررسی و راهکارهای مقابله با این اثرات ارائه شده است. در واقع، جنبه‌های نوآورانه این پژوهش شامل ارائه روشی جدید برای مدل‌سازی LPV ربات‌های سیار، ارزیابی عملکرد کنترل‌کننده LPV در شرایط مختلف مانند خطای محرک، اشباع ورودی و تغییرات دینامیکی پارامترها هستند. با استفاده از نتایج شبیه‌سازی، نشان داده خواهد شد کنترل‌کننده LPV طراحی شده با دقت زیاد قادر به ردیابی مسیر مرجع و واکنش مؤثر به خطاهاست و در شرایط چالش‌برانگیز محیط واقعی عملکردی مطلوب دارد.

این مقاله به صورت زیر ساختار بندی شده است. در بخش ۲، تعاریف اولیه و مقدمات ریاضی از موضوع، مرور و بررسی خواهند شد. سپس در بخش ۳، کنترل‌کننده LPV برای ردیابی مسیر ربات‌های سیار دارای خطای محرک و اشباع ورودی طراحی خواهد شد. پس از آن، در بخش ۴، نیز نتایج شبیه‌سازی مقاله مشاهده خواهد شد. در نهایت، در بخش ۵، نتیجه‌گیری ارائه خواهد شد.

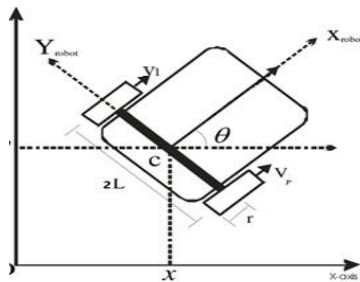
## ۲- تعاریف اولیه و مقدمات ریاضی

### ۲-۱- سیستم‌های خطی تغییرپذیر با پارامتر

روش مدل‌سازی به صورت LPV یکی از رویکردهای پیشرفته در کنترل سیستم‌های رباتیک است که مزایای زیادی برای ربات‌های متحرک فراهم می‌آورد [۹]. در این روش، مدل سیستم به گونه‌ای طراحی می‌شود که بتواند تغییرات پارامترها را در زمان واقعی دنبال کند و به طور پویا به آنها پاسخ دهد [۱۱]. یکی از مزایای این روش این است که سیستم‌های LPV قابلیت مدل‌سازی و کنترل سیستم‌های غیرخطی را به راحتی فراهم می‌آورند [۱۲]. سیستم‌های LPV قادر هستند به طور مؤثر تغییرات غیرخطی را در مدل‌های سیستم مدیریت کنند، در حالی که از ساختار خطی برای طراحی کنترل‌کننده‌ها بهره می‌برند. این ویژگی موجب کاهش پیچیدگی‌های سیستم و در نتیجه بهبود عملکرد آن می‌شود.

برای مدل‌سازی سیستم غیرخطی به صورت LPV می‌توان از روش خطی سازی ژاکوبین استفاده کرد [۱۳]. یکی دیگر از روش‌های مدل‌سازی تکنیک تبدیل حالت

که در آن  $(x, y)$  موقعیت ربات،  $\theta$  زاویه حرکت،  $v$  سرعت خطی  $(v = \frac{1}{2}(v_r + v_l))$ ،  $v_r$  سرعت چرخ سمت راست،  $v_l$  سرعت چرخ سمت چپ و  $\omega$  زاویه‌ای ربات  $(\omega = \frac{1}{2l}(v_r - v_l))$  است. این مدل به عنوان پایه‌ای برای طراحی کنترل کننده LPV در این مقاله استفاده شده است. شکل (۱) شماتیک یک ربات سیار را نشان می‌دهد.



شکل (۱): شماتیک ربات سیار

است که در مرجع [۱۴] بررسی شده است؛ به این صورت که ورودی کنترلی باعث حذف عبارت‌های غیرخطی غیروابسته به پارامتر می‌شود. دیگر روش‌ها، روش جایگزینی تابع، روش‌های ترکیبی با بهره‌بردن از Linear Fits [۱۵]، روش‌های تصادفی و روش‌های خطی‌سازی بر اساس سرعت [۱۶] هستند.

## ۲-۲- پایداری و کنترل سیستم‌های LPV

یکی از چالش‌های برجسته در طراحی کنترل کننده برای سیستم‌های LPV تضمین پایداری سیستم در شرایطی است که پارامترهای دینامیکی آن به طور مداوم تغییر می‌کنند. به منظور دستیابی به این هدف، پایداری به وسیله معیار لیاپانوف بررسی می‌شود و LMIها به عنوان ابزارهای اصلی و اثبات پذیر در تحلیل پایداری سیستم‌های LPV به کار می‌روند [۱۷]. در این سیستم‌ها، تابع لیاپانوف که می‌تواند به پارامتر وابسته باشد، به صورت تابعی از متغیرهای سیستم تعریف می‌شود که رابطه پایداری سیستم را در مواجهه با تغییرات دینامیک پارامترها مشخص می‌کند [۱۸]. در [۱۹]، یک رویکرد مدل مرجع ارائه شده است که در آن مدل خطای غیرخطی حاصل به یک مدل شبه خطی تغییرپذیر با پارامتر برای طراحی یک کنترل کننده qLPV<sup>6</sup> با استفاده از تکنیک‌های مبتنی بر LMI آورده شده است.

## ۲-۳- مدل‌سازی ربات‌های سیار غیرهولونومیک

ربات‌های سیار چرخ‌دار در بسیاری از زمینه‌های صنعتی و پژوهشی کاربردی گسترده دارند [۲۰، ۲۱]. این ربات‌ها به دلیل ویژگی‌های خاص ساختاری خود، با قیدهای غیرهولونومیک مواجه هستند [۲۲] که این قیدها حرکت آنها را محدود می‌کنند و در نتیجه، به طور طبیعی، آزادی حرکت آنها در محیط‌های مختلف را کاهش می‌دهند [۲۳]. مدل سینماتیکی برای ربات‌های غیرهولونومیک که نشان‌دهنده روابط پیچیده بین ورودی‌های کنترلی و حرکت ربات است، به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos(\theta) \\ \dot{y} = v \sin(\theta) \\ \dot{\theta} = \omega \end{cases} \quad (1)$$

## ۲-۴- شناسایی و جبران خطای محرک‌ها با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته

در بسیاری از سیستم‌های رباتیکی، خطاهای ناشی از مشکلات محرک‌ها، همچون خرابی‌های مکانیکی، سایش اجزا یا تغییرات در شرایط محیطی، می‌توانند به طرز جالب توجه بر کارایی و دقت سیستم تأثیر منفی داشته باشند [۲۴]. استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته به عنوان یک رویکرد کارآمد و رایج برای شناسایی و تخمین دقیق این خطاها شناخته می‌شود. این روش با اعمال تکنیک‌های پیشرفته برای تخمین وضعیت سیستم در حضور خطا، امکان جبران خطاها و بهبود عملکرد را فراهم می‌آورد [۲۵، ۲۶]. مدل دینامیکی ربات متحرک در شرایطی که خطای محرک در آن دخیل است، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{\omega}_L = (1 - \delta_L)\omega_L^0 \\ \dot{\omega}_R = (1 - \delta_R)\omega_R^0 \end{cases} \quad (2)$$

که در آن  $(\delta_L, \delta_R)$  ضرایب خطای محرک چپ و راست هستند و  $\omega_L(t)$  و  $\omega_R(t)$  به ترتیب سرعت‌های زاویه‌ای چرخ‌های چپ و راست را نشان می‌دهند. برای تخمین این مقادیر، فیلتر کالمن توسعه یافته استفاده می‌شود که با استفاده از یک مدل غیرخطی زمان‌گسسته، تخمینی

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ y(k+1) \\ \theta(k+1) \\ K_L(k+1) \\ K_R(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(k) + T\mathbf{v}(k) \cos \theta(k) \\ y(k) + T\mathbf{v}(k) \sin \theta(k) \\ \theta(k) + T\omega(k) \\ K_L(k) \\ K_R(k) \end{bmatrix} \quad (4)$$

بر اساس معادلات (۳)، می‌توان (۴) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(k+1) &= \mathbf{f}(\mathbf{X}(k), \mathbf{u}(k)) \\ &= \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{X}(k), \mathbf{u}(k)) \\ f_2(\mathbf{X}(k), \mathbf{u}(k)) \\ f_3(\mathbf{X}(k), \mathbf{u}(k)) \\ K_L(k) \\ K_R(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(k) &= [x(k) \quad y(k) \quad \theta(k) \quad K_L(k) \quad K_R(k)]^T \\ \mathbf{u}(k) &= [\omega_L(k) \quad \omega_R(k)]^T \\ f_1(\mathbf{X}(k), \mathbf{u}(k)) &= x(k) + \frac{Tr}{2} ((1 - K_R(k))\omega_R(k) + (1 - K_L(k))\omega_L(k)) \cos \theta(k) \\ f_2(\mathbf{X}(k), \mathbf{u}(k)) &= y(k) + \frac{Tr}{2} ((1 - K_R(k))\omega_R(k) + (1 - K_L(k))\omega_L(k)) \sin \theta(k) \\ f_3(\mathbf{X}(k), \mathbf{u}(k)) &= \theta(k) + \frac{Tr}{d} (1 - K_R(k))\omega_R(k) + (1 - K_L(k))\omega_L(k) \end{aligned}$$

و  $T$  زمان نمونه‌برداری است.

در این قسمت، از یک فیلتر کالمن توسعه‌یافته برای تخمین حالت‌های  $\mathbf{X}(k)$  به کمک سیستم غیرخطی زمان گسسته در رابطه (۴) استفاده شده است که منجر به تخمین مقادیر خطای  $K_L$  و  $K_R$  می‌شود. برای رسیدن به این هدف، مدل غیرخطی زمان-گسسته زیر در نظر گرفته می‌شود، یعنی:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(k) &= \mathbf{f}(\mathbf{X}(k-1), \mathbf{u}(k-1)) \\ &\quad + \mathbf{w}(k-1) \\ \mathbf{z}(k) &= \mathbf{h}(\mathbf{X}(k)) + \mathbf{v}(k) \end{aligned} \quad (6)$$

که در آن  $\mathbf{X}(k) \in R^{n_x}$  بردار حالت،  $\mathbf{u} \in R^{n_u}$  بردار ورودی،  $\mathbf{z}(k) \in R^{n_z}$  بردار خروجی و  $\mathbf{h}$  یک تابع غیرخطی با ابعاد مناسب است.  $\mathbf{v}(k)$  و  $\mathbf{w}(k-1)$  نویزهای پروسه و مشاهده هستند که به ترتیب، مستقل از فرایند تصادفی گاوسی سفید با متوسط صفر با ماتریس‌های کوواریانس  $\bar{\mathbf{Q}}$  و  $\bar{\mathbf{R}}$  فرض می‌شوند.

دقیق از پارامترهای خطا ارائه می‌دهد. این روش در این مقاله برای بهبود عملکرد کنترل‌کننده LPV پیشنهاد شده است.

در [۲۷]، دو روش برای تخمین موقعیت ربات پیشنهاد شده‌اند و سپس یک فیلتر کالمن توسعه‌یافته برای ردیابی خروجی‌ها و تشخیص هرگونه انحراف بزرگ غیرمنتظره استفاده می‌شود. در [۲۸]، خطاهای سیستم در ربات‌های متحرک بر اساس مقایسه بین شبیه‌سازی و رفتار واقعی ربات تشخیص داده می‌شوند. یک الگوریتم تشخیص خطا برای سنسورها و محرک‌های یک ربات متحرک محرک دیفرانسیلی در [۲۹] ارائه شده است که بر اساس ماژول‌های موقعیت‌یابی چندگانه است. یک رویکرد مبتنی بر مدل در [۳۰] برای تشخیص خطاهای محرک با استفاده از رویکرد مبتنی بر ناظر استفاده می‌شود. هزینه زیاد به دلیل استفاده از سنسورهای موقعیت‌یابی اضافی عیب اصلی رویکرد افزونگی سخت‌افزاری پیشنهادی است.

در این قسمت، فرایند تشخیص و شناسایی خطاها شرح داده می‌شود [۳۱]. در این کار، از دست دادن خطای اثربخشی (LOE<sup>7</sup>) در محرک‌های ربات متحرک در نظر گرفته می‌شود که می‌تواند به صورت زیر مدل شود:

$$\begin{aligned} \omega_{Rf}(t) &= (1 - K_R)\omega_R(t) \\ \omega_{Lf}(t) &= (1 - K_L)\omega_L(t) \end{aligned} \quad (3)$$

که در آن  $\omega_{Rf}(t)$  و  $\omega_{Lf}(t)$  به ترتیب سرعت‌های زاویه‌ای معیوب چرخ‌های چپ و راست را نشان می‌دهند و  $K_L$  و  $K_R$  به ترتیب از دست دادن مقادیر خطای مؤثر برای چرخ‌های راست و چپ را نشان می‌دهند. برای مثال، از دست دادن ۳۰ درصد از میزان اثر، محرک سمت چپ را می‌توان با ضریب  $K_L = 0.3$  مدل کرد.

در ادامه، برای استفاده از این دو پارامتر باید بتوان آنها را تخمین زد که در این مقاله از فیلتر کالمن توسعه‌یافته استفاده شده است. برای دست‌یابی به این هدف، مدل غیرخطی زمان‌گسسته تکمیلی ربات متحرک با گسسته‌سازی رابطه (۱) به روش اویلر و با در نظر گرفتن زمان نمونه‌برداری به اندازه  $T$ ، به صورت زیر ارائه شده است:

کنترل کننده در سیستم های کنترلی یکی از قیود مهم و با ارزش عملی زیاد است که باعث پیچیدگی در طراحی نیز می شود. با لحاظ کردن این نکته در حین طراحی، از ناپایداری سیستم عملی به دلیل عدم اعمال سیگنال کنترلی مدنظر کنترل کننده به خاطر وجود اشباع جلوگیری می شود. در ادامه، مدل ریاضی مرتبط با اشباع ورودی به صورت زیر تعریف می شود:

$$u_{sat}(u) = \begin{cases} u_{max}, & u > u_{max} \\ u, & u_{min} \leq u \leq u_{max} \\ u_{min}, & u < u_{min} \end{cases} \quad (11)$$

که در آن  $u_{min}$  و  $u_{max}$  به ترتیب سطوح اشباع مجاز بالا و پایین هستند. برای در نظر گرفتن این محدودیت در طراحی کنترل کننده LPV، رویکردهای مبتنی بر نامساوی های ماتریسی خطی به کار گرفته شده اند.

## ۶-۲- نواحی پایداری تعمیم یافته

در برخی از کاربردها در مهندسی کنترل ممکن است نواحی پایداری خاصی برای ما اهمیت بیشتری داشته باشند. برای این منظور و با هدف بهبود پاسخ گذرای سیستم، در زمان طراحی، محل قطب های سیستم تعیین می شود. سیستم خطی زیر:

$$\dot{x} = Ax \quad (12)$$

به طور مجانبی پایدار است، اگر و فقط اگر همه مقادیر ویژه  $A$  در  $\mathbb{C}^-$  قرار گیرند. ناحیه پایداری به عنوان یک زیرمجموعه  $\mathbb{C}_{stab} \subseteq \mathbb{C}$  به صورت زیر تعریف می شود [۳۴]:

$$\lambda \in \mathbb{C}_{stab} \Rightarrow \bar{\lambda} \in \mathbb{C}_{stab} \quad (13)$$

$$\mathbb{C}_{stab} \text{ is convex.} \quad (14)$$

ناحیه دلخواه در این مقاله با استفاده از سه تعریف زیر به دست آورده شده است:

$$\mathbb{C}_{stab1} = \{s \in \mathbb{C} \mid \text{Re}\{s\} < -\alpha\} \quad (15)$$

$$\mathbb{C}_{stab2} = \{s \in \mathbb{C} \mid |s| < r\} \quad (16)$$

$$\mathbb{C}_{stab3} = \{s \in \mathbb{C} \mid \text{Re}\{s\} \tan \theta < -|\text{Im}\{s\}|\} \quad (17)$$

رابطه (۱۵) ناحیه را در سمت چپ خط عمودی  $\delta$

EKF توسط مرحله پیش بینی با توجه به موارد زیر مشخص می شود:

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k|k-1} &= f(X_{k-1}, u_{k-1}) \\ P_{k|k-1} &= F_{k-1}P_{k-1}F_{k-1}^T + \bar{Q}_{k-1} \end{aligned} \quad (7)$$

در معادلات بالا،  $\hat{X}_{k-1}$  بردار حالت تخمین زده شده در نمونه  $k-1$  و  $P_{k-1}$  ماتریس کوواریانس در نمونه  $k-1$  است و  $\hat{X}_{k|k-1}$  متغیر حالت در نمونه  $k$  را بر اساس اطلاعات سیستم تا نمونه  $k-1$  پیش بینی می کند و  $P_{k|k-1}$  پیش بینی ماتریس کوواریانس در نمونه  $k$  بر اساس اطلاعات سیستم تا نمونه  $k-1$  است. ماتریس  $F_k$  دینامیک خطی شده است که به وسیله خطی سازی تیلور به صورت زیر به دست می آید:

$$F_k = \frac{\partial f}{\partial X} \Big|_{\hat{X}_{k-1}} \quad (8)$$

$H_k$  همچنین دینامیک اندازه گیری خطی استفاده شده در فاز به روزرسانی است. این ماتریس نیز به صورت زیر محاسبه می شود:

$$H_k = \frac{\partial h}{\partial X} \Big|_{\hat{X}_{k|k-1}} \quad (9)$$

فاز به روزیافته فیلتر کالمن توسعه یافته با استفاده از رابطه های زیر انجام می شود:

$$\begin{aligned} K_k &= P_{k-1}H_k^T(H_kP_{k-1}H_k^T + \bar{R}_k)^{-1} \\ \hat{X}_k &= \hat{X}_{k|k-1} + K_k[z_k - h(\hat{X}_{k|k-1})] \\ P_k &= (1 - K_kH_k)P_{k|k-1} \end{aligned} \quad (10)$$

## ۵-۲- کنترل ربات سیار دارای اشباع ورودی

یکی از مشکلات اساسی و رایج در طراحی سیستم های کنترلی برای ربات های متحرک محدودیت های ناشی از اشباع ورودی هستند که به ویژه در محرک های الکتریکی و مکانیکی مشاهده می شوند. زمانی که فرمان های کنترلی از حدود مجاز خود فراتر می روند، این امر می تواند موجب بروز ناپایداری در سیستم یا کاهش دقت ردیابی مسیر شود [۳۲]. به همین دلیل، مدل سازی دقیق اشباع ورودی امری ضروری است تا از بروز چنین مشکلاتی جلوگیری شود [۳۳]. مسئله در نظر گرفتن اشباع در حین طراحی

بنابراین، با استفاده از معادلات سینماتیک ربات (۱)، خطای وضعیت فعلی ربات متحرک نسبت به حالت مورد انتظار در بدنه ربات را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix} \quad (21)$$

از معادله بالا مشتق گرفته شده و با استفاده از مدل سینماتیکی ارائه شده در بخش دوم در رابطه (۲)، دینامیک خطای ربات محاسبه می‌شود:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos e_3 & 0 \\ \sin e_3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r \\ \omega_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & e_2 \\ 0 & -e_1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (22)$$

معمولاً از یک کنترل سرعت ورودی استفاده می‌شود که پایداری (۱) را تضمین می‌کند [۳۵]:

$$\begin{cases} v = v_r \cos e_3 - v_v \\ \omega = \omega_r - v_\omega \end{cases} \quad (23)$$

که در آن  $v_v$  و  $v_\omega$  سیگنال‌های کنترلی هستند که باید توسط کنترل‌کننده محاسبه شوند. و  $\cos e_3$ ،  $v_r$  و  $\omega_r$  سیگنال‌هایی هستند که توسط کنترل‌کننده پیش‌خور تولید می‌شوند. استفاده از ورودی‌های (۱۳) در (۱۴) مدل غیرخطی زیر را نتیجه می‌دهد:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_r(t) & 0 \\ -\omega_r(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \sin(e_3) \\ 0 \end{bmatrix} v_r + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_v \\ v_\omega \end{bmatrix} \quad (24)$$

در نهایت، معادله (۲۴) را می‌توان به صورت زیر نیز نوشت:

$$\dot{\bar{e}} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_r(t) & 0 \\ -\omega_r(t) & 0 & v_r(t) \frac{\sin(e_3)}{e_3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \bar{e} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_v \\ v_\omega \end{bmatrix} \quad (25)$$

که در آن  $\bar{e}$  بردار دینامیک خطاست،

$\alpha -$  قرار می‌دهد. رابطه (۱۶) یک ناحیه دایره‌ای با شعاع  $r$  در مرکز مبدأ را تعریف می‌کند. رابطه (۱۷) یک بخش مخروطی را با رأس آن در مبدأ صفحه مختلط و زاویه داخلی  $\theta$  تعریف می‌کند.

قضیه (۱-۲) [۳۴]: تمامی مقادیر ویژه  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  در ناحیه LMI زیر قرار می‌گیرند:

$$\left\{ s \in \mathbb{C} \mid \begin{pmatrix} I & Q \\ sI & S \end{pmatrix}^* \begin{pmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ sI \end{pmatrix} \right\} < 0 \quad (18)$$

اگر و فقط اگر  $P > 0$  وجود داشته باشد، به گونه‌ای که:

$$\left\{ \begin{pmatrix} I & P \otimes Q \\ A \otimes I & P \otimes S \end{pmatrix}^* \begin{pmatrix} P \otimes Q & P \otimes S \\ P \otimes S^T & P \otimes R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ A \otimes I \end{pmatrix} \right\} < 0 \quad (19)$$

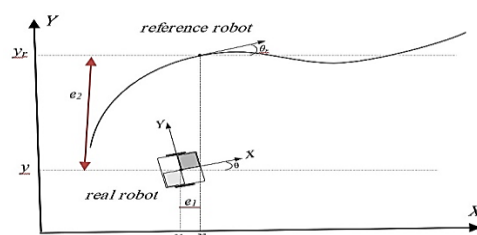
که در آن عملگر  $(\otimes)$  نشان‌دهنده ضرب کرونگر است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} A_{11}B & \dots & A_{1n}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m1}B & \dots & A_{nm}B \end{bmatrix} \quad (20)$$

### ۳- طراحی ردیاب LPV در ربات سیار دارای خطای محرک و اشباع ورودی

#### ۳-۱- استخراج مدل LPV ربات سیار

در این بخش، یک مدل مرجع برای به دست آوردن مدل سینماتیکی توسعه داده خواهد شد. این مدل به صورت تفاوت بین اندازه‌گیری‌های مقادیر واقعی  $(x, y, \theta)$  و مقادیر مطلوب  $(x_r, y_r, \theta_r)$  تعریف می‌شود که خطای موقعیت نامیده می‌شوند. شکل (۲) ربات مرجع یک ربات فرضی است که به طور ایده‌آل مسیر مرجع را دنبال می‌کند. در مقابل، ربات واقعی (در مقایسه با ربات مرجع)، خطا هنگام ردیابی مسیر مرجع است. بنابراین، الگوریتم کنترل باید طوری طراحی شود که ربات، مسیر مرجع را به طور دقیق دنبال کند.



شکل (۲): نمایشی از خطای ردیابی ربات

شرط کافی برای تضمین پایداری سیستم وجود یک تابع درجه دوم به فرم زیر است:

$$V(\bar{e}) = \bar{e}^T W \bar{e} > 0 \quad (30)$$

به نحوی که رابطه زیر برای مشتق آن برقرار باشد:

$$\dot{V}(\bar{e}) = \bar{e}^T [(A(\delta) - BK)^T W + W(A(\delta) - BK)] \bar{e} < 0 \quad (31)$$

که در آن  $W$  یک ماتریس مثبت معین متقارن است [۳۶].

نامعادله (۳۱) را می توان به شکل LMI به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$W > 0 \quad (32)$$

$$A(\delta)W + WA(\delta)^T - BX - X^T B^T < 0$$

پس از حل LMI های بالا، بهره کنترلی از رابطه  $K = XW^{-1}$  به دست می آید که منجر به کنترل کننده مطلوب می شود و قطب های حلقه بسته را در نیم صفحه سمت چپ قرار می دهد. با این حال، حل این نامعادله فقط منجر به قرارگیری قطب های حلقه بسته در سمت چپ محور موهومی خواهد شد. محدود کردن ناحیه ای که در آن قطب های حلقه بسته با استفاده از بخش (۲-۶) قرار داده می شوند، ترجیح داده می شود؛ به طوری که برخی از معیارهای عملکرد حاصل شوند.

### ۳-۳- طراحی کنترل کننده LPV برای ربات با در نظر

#### گرفتن اشباع ورودی و ناحیه پایداری LMI

همان طور که در بخش (۲-۵) و به کمک [۳۷] اشاره شد، رابطه زیر برقرار است:

$$\dot{\bar{e}} = A(\delta)\bar{e} + B\{sat(u(t))\} \quad (33)$$

که در آن  $\bar{e}$  و  $u(t)$  به ترتیب بردار خطا و ورودی کنترل هستند. علاوه بر این،  $sat(\cdot)$  نشان دهنده عملگر اشباع است که به صورت زیر تعریف می شود:

$$[sat(u)]_i \triangleq \begin{cases} [u]_i; & [u]_i < \mu \\ \mu; & [u]_i \geq \mu \\ -\mu; & [u]_i \leq -\mu \end{cases} \quad (34)$$

$v_r$  و  $\omega_r$  سرعت های خطی و زاویه ای مرجع هستند، و  $v_b$  و  $\omega_b$  سرعت های خطی و زاویه ای ربات متحرک به عنوان ورودی سیستم هستند. همان طور که در معادله (۲۵) دیده می شود، معادلات خطی شده دارای پارامترهایی هستند که با زمان تغییر می کنند. این پارامترها با استفاده از روش LPV تعریف شده اند. سیستم LPV به صورت زیر توصیف می شود:

$$\dot{\bar{e}} = A(\delta)\bar{e} + Bu$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & \delta_1 & 0 \\ -\delta_1 & 0 & \delta_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \bar{e} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_b \\ v_\omega \end{bmatrix} \quad (26)$$

که  $\delta_1 \in [-0.2 * v_{rmax}, v_{rmax}]$  و  $\delta_2 \in [\omega_{rmin}, \omega_{rmax}]$  است.

### ۳-۲- طراحی کنترل کننده LPV برای ربات بدون در نظر گرفتن اشباع ورودی

فرض کنید سیستم LPV در رابطه (۲۶) به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$\dot{\bar{e}} = A(\delta)\bar{e} + Bu \quad (27)$$

که در آن  $\bar{e} \in R^{ne}$  بردار خطا،  $u \in R^{nu}$  بردار ورودی است و  $\delta \in \Delta$  بردار پارامترهای متغیر است که در آن:

$$\Delta = Conv(\Delta_0)$$

$$\Delta_0 = \{\delta \in \mathbb{R}^{n_\delta} | \delta_k \in \{\underline{\delta}_k, \overline{\delta}_k\}\} \quad (28)$$

از مدل (۲۷) برای طراحی کنترل کننده فیدبک حالت برای مدل پیشنهادی استفاده شده است. با استفاده از فیدبک حالت زیر داریم:

$$u = K\bar{e} \quad (29)$$

هدف یافتن یک بهره کنترل کننده  $K$  است؛ به نحوی که پایداری و عملکرد را در ناحیه چندوجهی تضمین کند. این هدف را می توان با استفاده از پایداری لیاپانوف، نابرابری های ماتریسی خطی (LMI) و ابزارهای بهینه سازی محدب به دست آورد.

با توجه به سیستم حلقه بسته  $\dot{\bar{e}} = (A(\delta) - BK)\bar{e}$

$$\widehat{\mathbf{B}}_\eta) < 0, \\ \widehat{\mathbf{B}}_\eta = \mathbf{B} \sum_{j=1}^4 \xi_j \{D_j \mathbf{K}_1 + \bar{D}_j \mathbf{H}_1\}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{sat}^T \mathbf{U}_{sat} & \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{H}_1^T & \mathbf{P}_1 \end{bmatrix} > 0 \\ \mathbf{U}_{sat} = [\mu_1 \quad \mu_2]^T \\ |V| < \mu_1, |\omega| < \mu_2 \quad (40)$$

$$\mathbf{A}(\delta) \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 \mathbf{A}(\delta)^T - \widehat{\mathbf{B}}_\eta - \widehat{\mathbf{B}}_\eta^T + 2\alpha \mathbf{P}_1 < 0 \quad (41)$$

$$\begin{bmatrix} -r \mathbf{P}_1 & \mathbf{P}_1 \mathbf{A}(\delta)^T - \widehat{\mathbf{B}}_\eta^T \\ \mathbf{A}(\delta) \mathbf{P}_1 - \widehat{\mathbf{B}}_\eta & -r \mathbf{P}_1 \end{bmatrix} < 0 \quad (42)$$

$$\begin{bmatrix} \sin \varphi \bar{\mathbf{A}}_1 & \cos \varphi \bar{\mathbf{A}}_2 \\ \cos \varphi \bar{\mathbf{A}}_3 & \sin \varphi \bar{\mathbf{A}}_4 \end{bmatrix} < 0 \\ \bar{\mathbf{A}}_1 = \mathbf{A}(\delta) \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 \mathbf{A}(\delta)^T - \widehat{\mathbf{B}}_\eta - \widehat{\mathbf{B}}_\eta^T \\ \bar{\mathbf{A}}_2 = \mathbf{A}(\delta) \mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_1 \mathbf{A}(\delta)^T - \widehat{\mathbf{B}}_\eta + \widehat{\mathbf{B}}_\eta^T \\ \bar{\mathbf{A}}_3 = \mathbf{A}(\delta) \mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_1 \mathbf{A}(\delta)^T + \widehat{\mathbf{B}}_\eta - \widehat{\mathbf{B}}_\eta^T \\ \bar{\mathbf{A}}_4 = \mathbf{A}(\delta) \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 \mathbf{A}(\delta)^T - \widehat{\mathbf{B}}_\eta - \widehat{\mathbf{B}}_\eta^T \quad (43)$$

اثبات: هدف، یافتن بهره کنترل کننده  $\mathbf{K}$  است که

پایداری و عملکرد را در ناحیه چندوجهی تضمین کند. برای این امر، می‌توان با استفاده از روابط زیر به این مهم دست یافت:

ابتدا تابع لیپانوف زیر در نظر گرفته شده است:

$$V(\bar{e}) = \bar{e}^T \mathbf{P} \bar{e} > 0 \quad (44)$$

مشتق زمانی این تابع به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\dot{V}(\bar{e}) = \dot{\bar{e}}^T \mathbf{P} \bar{e} + \bar{e}^T \mathbf{P} \dot{\bar{e}} < 0 \quad (45)$$

$$\dot{V}(\bar{e}) = [\mathbf{A}(\delta) \bar{e} + \mathbf{B} \text{sat}(\mathbf{K} \bar{e})]^T \mathbf{P} \bar{e} + \bar{e}^T \mathbf{P} [\mathbf{A}(\delta) \bar{e} + \mathbf{B} \text{sat}(\mathbf{K} \bar{e})] \quad (46)$$

با استفاده از رابطه (37) و  $|h_i \bar{e}| \leq \mu$  و  $v(t) = \mathbf{H} \bar{e}$

تابع اشباع به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\text{sat}(\mathbf{K} \bar{e}) = \sum_{j=1}^4 \xi_j \{D_j \mathbf{K} + \bar{D}_j \mathbf{H}\} \bar{e} \\ \sum_{j=1}^4 \xi_j = 1, \xi_j \geq 0 \quad (47)$$

بنابراین، مشتق تابع لیپانوف به صورت زیر بازنویسی

می‌شود:

که در آن  $[\mathbf{u}]_i$  به عنوان نامین عنصر از  $\mathbf{u}$  و  $\mu$  نیز سطح اشباع تعریف می‌شود.

لم (۱-۳) [۳۸]: با در نظر گرفتن  $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^m$  به

صورت زیر:

$$\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T \\ \mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_m]^T \quad (35)$$

و با فرض  $|v_i| \leq \mu$  برای همه  $i \in [1, m]$  رابطه

زیر برقرار است:

$$\text{sat}(\mathbf{u}) \in \text{co}\{D_i \mathbf{u} + \bar{D}_i \mathbf{v}\} \quad (36)$$

که در آن  $\text{co}$  نشان دهنده ناحیه محدب و  $D$  مجموعه‌ای

از ماتریس‌های قطری  $m \times m$  است که عناصر قطری آن ۰ یا

۱ هستند. سیستم بالا به‌ازای  $m=2$  برقرار است؛ به طوری

که:

$$\mathbf{D} = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}, \\ \bar{D}_i = \mathbf{I} - D_i$$

طبق لم (۱-۳)، می‌توان رابطه زیر را به دست آورد:

$$\text{sat}(\mathbf{u}) = \sum_{j=1}^{2^m} \xi_j \{D_j \mathbf{u} + \bar{D}_j \mathbf{v}\} \\ \sum_{j=1}^{2^m} \xi_j = 1, \xi_j \geq 0 \quad (37)$$

تعریف (۱-۳) [۳۷]: برای یک اسکالر مثبت  $\rho$  و یک

ماتریس متقارن  $\mathbf{P} > 0$  و با تعریف  $V_x = \mathbf{X}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{X}(t)$

و  $\Omega(P, \rho) = \{\mathbf{X} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{X}^T \mathbf{P} \mathbf{X} < \rho\}$  مجموعه

$\Omega(P, \rho)$  مجموعه‌ای نامتغیر است اگر رابطه  $\dot{V}_x < 0$  برای

همه  $\mathbf{X} \in \Omega(P, \rho)$  برقرار باشد.

از مدل (۳۳) برای طراحی کنترل کننده فیدبک حالت

برای مدل پیشنهادی استفاده شده است. از رابطه زیر برای

فیدبک حالت استفاده شده است:

$$\mathbf{u} = \mathbf{K} \bar{e} \quad (38)$$

قضیه (۱-۳): سیستم  $\dot{\bar{e}} = \mathbf{A}(\delta) \bar{e} + \mathbf{B} \text{sat}(\mathbf{K} \bar{e})$  به

صورت مجانبی پایدار است و تمامی مقادیر ویژه  $\mathbf{A}(\delta) \in \mathbb{R}^{n \times n}$

در ناحیه LMI زیر قرار می‌گیرند، اگر:

$$\exists \mathbf{P}_1 > 0 \ \& \ \mathbf{H}_1, \mathbf{K}_1 \quad (39)$$

$$\text{s.t. } (\mathbf{A}(\delta) \mathbf{P}_1 + \widehat{\mathbf{B}}_\eta)^T + (\mathbf{A}(\delta) \mathbf{P}_1 +$$

$$2\alpha P + \left( A(\delta) - B \sum_{j=1}^4 \xi_j \{D_j K + \bar{D}_j H\} \right)^T P + P \left( A(\delta) - B \sum_{j=1}^4 \xi_j \{D_j K + \bar{D}_j H\} \right) < 0 \quad (54)$$

با ضرب رابطه (۵۴) از سمت چپ و راست در  $P_1 = P^{-1}$ ، رابطه (۴۱) اثبات می‌شود.

رابطه (۴۲) یک ناحیه دایره‌ای با شعاع  $r$  در مرکز مبدأ را تعریف می‌کند که برای اثبات آن از قضیه (۱-۲) استفاده می‌شود:

$$Q = -r^2, S = 0, R = 1 \quad (55)$$

$$B_1 = B \sum_{j=1}^4 \xi_j \{D_j K + \bar{D}_j H\}$$

$$\left\{ \left( A(\delta) - B_1 \right)^T \begin{pmatrix} -r^2 P & 0 \\ 0 & P \end{pmatrix} \left( A(\delta) - B_1 \right) \right\} < 0 \quad (56)$$

$$-r^2 P + (A(\delta) - B_1)^T P (A(\delta) - B_1) < 0 \quad (57)$$

در رابطه (۵۷) از سمت چپ و راست  $P_1 = P^{-1}$  ضرب و با استفاده از لم شور رابطه (۳۳) اثبات می‌شود. رابطه (۴۳) یک بخش مخروطی را با رأس آن در مبدأ صفحه مختلط و زاویه داخلی  $2\varphi$  تعریف می‌کند:

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} \sin \varphi & \cos \varphi \\ -\cos \varphi & \sin \varphi \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (58)$$

با جای‌گذاری مقادیر بالا در قضیه (۱-۲)، رابطه (۴۳) نیز اثبات خواهد شد. ■

### ۴-۳- کنترل خطای محرک

همان‌طور که در بخش (۵-۲) شرح داده شد، مقادیر برآوردشده  $\hat{K}_L$  و  $\hat{K}_R$  از الگوریتم EKF در این بخش برای حذف اثرات خطا بر روی عملکرد ردیابی مسیر ربات‌ها استفاده خواهند شد.

برای اینکه کنترل‌کننده طراحی شده مقاوم در برابر خطا باشد، ابتدا کنترل‌کننده طراحی شده در بخش (۴-۲) در نظر گرفته می‌شود و سپس خروجی کنترل‌کننده به صورت زیر اصلاح می‌شود:

$$\dot{V}(\bar{e}) = \bar{e}^T \left[ A(\delta) + B \sum_{j=1}^4 \xi_j \{D_j K + \bar{D}_j H\} \right]^T P \bar{e} + \bar{e}^T P \left[ A(\delta) + B \sum_{j=1}^4 \xi_j \{D_j K + \bar{D}_j H\} \right] \bar{e} < 0 \quad (48)$$

بنابراین، شرط کافی برای منفی شدن این تابع رابطه زیر است:

$$\sum_{j=1}^4 \xi_j \left( \left[ A(\delta) + B \{D_j K + \bar{D}_j H\} \right]^T P + P \left[ A(\delta) + B \{D_j K + \bar{D}_j H\} \right] \right) < 0 \quad (49)$$

رابطه (۴۹) خطی نیست و با ضرب عبارت  $P_1 = P^{-1}$  در طرفین نامعادله بالا و با تعریف  $K_1 = K P_1$  و  $H_1 = H P_1$  و  $\hat{B}_\eta = B \sum_{j=1}^4 \xi_j \{D_j K_1 + \bar{D}_j H_1\}$  آنگاه رابطه (۳۹) اثبات می‌شود.

با توجه به تعریف (۱-۳)،  $\Omega(P_1, \rho)$  یک مجموعه نامتغیر از (۴۴) برای همه  $\bar{e} \in \Omega(P, \rho)$  است. اشباع در صورتی رخ نمی‌دهد که مجموعه نامتغیر درون  $\mathcal{L}|H$  باشد، یعنی  $\Omega(P_1, \rho) \subset \mathcal{L}|H$  با فرض  $\rho = 1$ ، رابطه زیر برقرار است:

$$H^T P H < U_{sat}^T U_{sat} \Rightarrow U_{sat}^T U_{sat} - H^T P H > 0 \quad (50)$$

با استفاده از لم شور می‌توان به رابطه زیر رسید:

$$\begin{bmatrix} U_{sat}^T U_{sat} & H \\ H^T & P \end{bmatrix} > 0 \quad (51)$$

با ضرب ماتریس  $\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & P^{-1} \end{bmatrix}$  از سمت چپ و راست ماتریس بالا، رابطه (۳۲) اثبات می‌شود.

رابطه (۴۱) ناحیه پایداری را در سمت چپ خط عمودی  $\delta = -\alpha$  قرار می‌دهد که برای اثبات آن از قضیه (۲-۱) استفاده می‌شود:

$$Q = 2\alpha, S = 1, R = 0 \quad (52)$$

با جای‌گذاری مقادیر بالا، روابط زیر حاصل می‌شوند:

$$\left( A(\delta) - B \sum_{j=1}^4 \xi_j \{D_j K + \bar{D}_j H\} \right)^T \begin{pmatrix} 2\alpha P & P \\ P & 0 \end{pmatrix} \left( A(\delta) - B \sum_{j=1}^4 \xi_j \{D_j K + \bar{D}_j H\} \right) < 0 \quad (53)$$

## ۴- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش، نتایج شبیه‌سازی ردیابی مسیر ربات سیار غیرهولونومیک با استفاده از کنترل‌کننده‌های LPV ارائه می‌شود که در بخش قبل طراحی شده‌اند.

$$\omega_R(t) = \frac{1}{1 - \bar{K}_R} \left( \frac{v(t)}{r} + \frac{d\omega(t)}{2} \right) \quad (59)$$

$$\omega_L(t) = \frac{1}{1 - \bar{K}_L} \left( \frac{v(t)}{r} - \frac{d\omega(t)}{2} \right) \quad (60)$$

#### ۴-۱- طراحی کنترل‌کننده LPV برای ربات با در نظر گرفتن اشباع ورودی

مدل LPV استخراج شده برای سیستم غیرخطی ربات متحرک، که در بخش سوم به آن اشاره شد، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{e}} &= A(\delta)\bar{e} + Bu \\ &= \begin{bmatrix} 0 & \delta_1 & 0 \\ -\delta_1 & 0 & \delta_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \bar{e} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_v \\ v_\omega \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (61)$$

بازه تغییرات درایه‌های ماتریس بالا به صورت زیر است:

$$-1.4 \leq \delta_1 \leq 1.4, \quad -0.2 \leq \delta_2 \leq 0.5 \quad (62)$$

ناحیه پایداری دلخواه که برای بهبود کیفیت پاسخ حالت گذرا در بخش سوم معرفی شد، مقادیر شعاع دایره و زاویه داخلی مخروطی و همچنین ناحیه سمت چپ خط عمودی  $\alpha$  به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند:

$$\alpha = -0.7, \theta = 80, r = 3 \quad (63)$$

در ادامه، با در نظر گرفتن روابط (۶۱) تا (۶۳) و بخش (۳-۲)، کنترل‌کننده زیر طراحی می‌شود:

$$\begin{aligned} K &= \begin{bmatrix} 4.8 & 0.8 & 0.4 \\ 1.8 & 9.3 & 7.4 \end{bmatrix} \\ &+ \delta_1 \begin{bmatrix} -0.5 & -5.4 & -1.2 \\ -7.7 & 4.6 & 0.64 \end{bmatrix} \\ &+ \delta_2 \begin{bmatrix} 1. & 3.5 & 0.9 \\ -2.7 & 50 & 13.8 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (64)$$

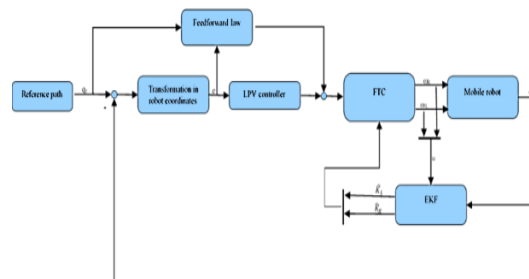
برای تخمین خطای محرک هم ماتریس‌های کوواریانس نویز پروسه به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند:

$$\bar{Q} = 6 \times 10^{-6} I_6, \bar{R} = 0.001 I_3 \quad (65)$$

در ادامه، با استفاده از محیط شبیه‌سازی سیمولینک، مدل

تأثیر خطای LOE با طرح بالا لغو می‌شود، با فرض اینکه  $\omega_L(t)$  و  $\omega_R(t)$  از حداکثر سرعت مجاز چرخ ربات تجاوز نکنند. بلوک دیاگرام در شکل (۳) نشان داده شده است.

**نکته ۱:** در این بخش، ابتدا دینامیک سیستم خطا با رابطه (۱۸) به فرم LPV درآورده شده است. سپس در رابطه (۳۲) یک LMI بیان شده است که با استفاده از آن می‌توان کنترل‌کننده را برای سیستم بدون در نظر گرفتن اشباع ورودی طراحی کرد. در ادامه، طبق رابطه (۳۳) و با ارائه قضیه (۳-۱)، رابطه (۴۳) به دست آمد که می‌توان با استفاده از آن یک کنترل‌کننده برای حالت با در نظر گرفتن اشباع ورودی طراحی کرد. در نهایت، برای مقابله با اثر خطای محرک، روابط کنترلی (۵۹) و (۶۰) ارائه شده‌اند.

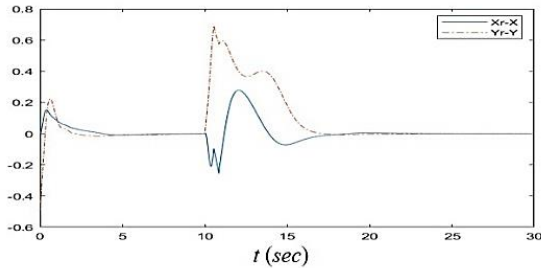


شکل (۳): بلوک دیاگرام کنترل خطای مبتنی بر LPV

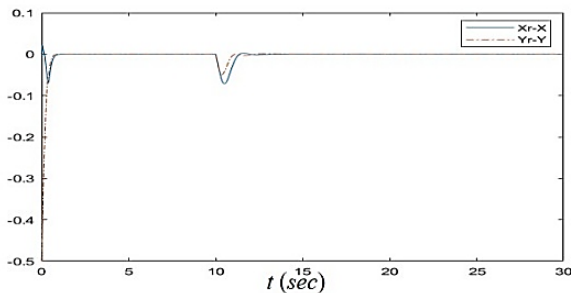
#### ربات‌های متحرک

**نکته ۲:** در مقایسه با روش ارائه شده در [۳۷]، روش ارائه شده در این مقاله نسبت به خطای محرک مقاوم است. همچنین، به عنوان مزیت دیگر، در طراحی کنترل‌کننده در این مقاله، نواحی پایداری LMI در نظر گرفته شده است که باعث بهبود پاسخ حالت گذرا می‌شود. همچنین، در مقایسه با [۳۱]، از روش مدل‌سازی LPV استفاده شده است که باعث می‌شود مقاومت روش در برابر تغییرات پارامترها بیشتر باشد. در بخش بعد، با استفاده از شبیه‌سازی، مقایسه‌ای دقیق‌تر با این روش انجام خواهد شد.

در ادامه، اثر ناحیه پایداری دلخواه که در طراحی کنترل‌کننده در قضیه (۳-۱) در نظر گرفته شده بود، با حالت بدون ناحیه پایداری دلخواه مقایسه شده است. در این راستا، پاسخ در حالتی که محرک سمت چپ ۳۰ درصد کارایی خود را از دست داده است، با هم مقایسه می‌شود:



شکل (۷): نمودار خطای ردیابی زمانی بدون در نظر گرفتن ناحیه پایداری



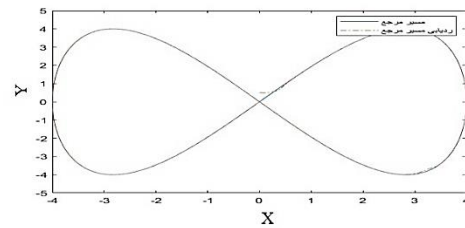
شکل (۸): نمودار خطای ردیابی زمانی با در نظر گرفتن ناحیه پایداری

با توجه به شکل‌های (۷) و (۸)، واضح است میزان فروجهش‌ها و فروجهش‌ها و همچنین زمان نشست کاهش پیدا کرده است.

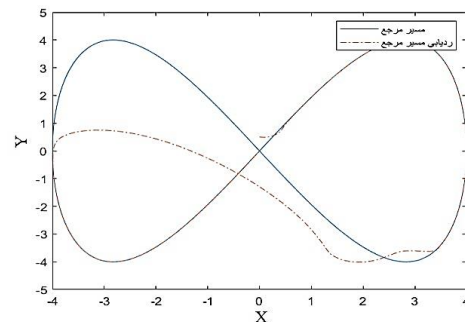
در ادامه، تأثیر در نظر گرفتن/نگرفتن شرط اشباع بر روی سیگنال کنترلی در حین طراحی ارائه می‌شود. در شکل (۹)، ردیابی مسیر مرجع با استفاده از کنترلر LPV بدون شرط اشباع، زمانی که در  $t=10s$  محرک سمت چپ ۸۰ درصد کارایی خود را از دست بدهد، نشان داده شده است. در این شبیه‌سازی، فرض شده است در هنگام طراحی، شرط اشباع بر سیگنال کنترلی در نظر گرفته نشده است، اما در حین شبیه‌سازی، محرک‌ها به اشباع می‌روند. همان‌طور که از این شکل پیداست، ربات از مسیر خود خارج شده و

اصلی ربات سیار غیرهولونومیک اجرا و سپس با کنترل‌کننده (۶۴) مسیر ردیابی شده است.

در این راستا، یک بار فرض شده است محرک سمت راست ۳۰ درصد و یک بار هم سمت چپ ۸۰ درصد کارایی خود را از دست دهد؛ بنابراین، نتایج را می‌توان در شکل‌های (۴) و (۵) مشاهده کرد:

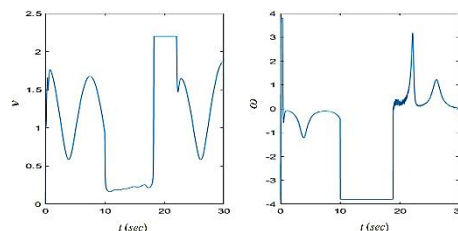


شکل (۴): ردیابی مسیر مرجع، زمانی که در  $t=10s$  محرک سمت راست ۳۰ درصد کارایی خود را از دست دهد.

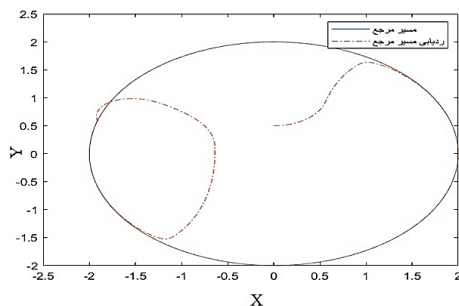


شکل (۵): ردیابی مسیر مرجع، زمانی که در  $t=10s$  محرک سمت چپ ۸۰ درصد کارایی خود را از دست دهد.

در هر دو حالت، کنترل‌کننده پیشنهادی به خوبی توانسته است ربات را به مسیر مرجع بازگرداند، اگرچه در خطای بالاتر، دنبال کردن مسیر مرجع با چالش بیشتری مواجه است. در شکل (۶)، سیگنال کنترلی به اشباع رفته نیز نشان داده شده است:



شکل (۶): سیگنال کنترلی اشباع شده، زمانی که در  $t=10s$  محرک سمت چپ ۸۰ درصد کارایی خود را از دست دهد.



شکل (۱۱): ردیابی مسیر مرجع با کنترل‌کننده LPV با در نظر گرفتن اشباع ورودی پیشنهادی، زمانی که در  $t=10s$  محرک سمت چپ ۸۰ درصد کارایی خود را از دست دهد.

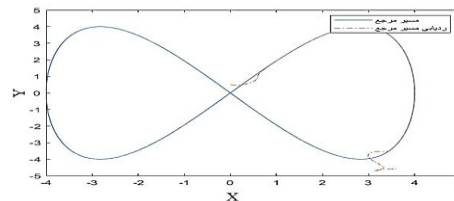
### ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، کنترل‌کننده مبتنی بر مدل LPV برای ربات‌های متحرک غیرهولونومیک طراحی شد. این کنترل‌کننده قابلیت جبران اثرات اشباع ورودی و خطاهای ناشی از آن را دارد. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان داد این کنترل‌کننده به طرز جالب توجه دقت ردیابی مسیر ربات‌ها را بهبود بخشیده و توانسته است عملکرد سیستم را حتی در مواجهه با اشباع ورودی و اختلالات دیگر حفظ کند. با این حال، چالش‌هایی مانند پیچیدگی‌های محاسباتی و نیاز به تنظیم دقیق پارامترها در محیط‌های واقعی همچنان وجود دارند که به پژوهش‌های بیشتر برای بهبود عملکرد این سیستم‌ها در شرایط عملیاتی پیچیده‌تر نیاز دارند.

### مراجع

- [1] J. Li, J. Wang, H. Peng, Y. Hu, H. Su, "Fuzzy-torque approximation-enhanced sliding mode control for lateral stability of mobile robot", IEEE Trans Syst Man Cybern Syst, Vol. 52, 2491–2500, 2021. <https://doi.org/10.1109/TSMC.2021.3050616>
- [2] L. Wang, S. Wang, J. Wang, "Coordinated torque control for enhanced steering and stability of independently driven mobile robots", Indust Robot: Int J Robot Res Appl, Vol. 51, No. 4, 658-670, 2024. <https://doi.org/10.1108/IR-12-2023-0344>
- [3] H. Yang, S. X. Yang, G. S. Mittal, "Tracking control of a nonholonomic mobile robot by integrating feedback and neural dynamics techniques", In: Proceedings of the 2003 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2003

به مسیر اصلی بازنگشته است. بنابراین، لزوم در نظر گرفتن شرط اشباع در حین طراحی در اینجا مشخص می‌شود.

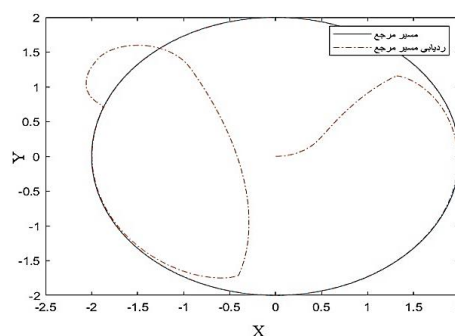


شکل (۹): ردیابی بدون در نظر گرفتن شرط اشباع، زمانی که در  $t=10s$  محرک سمت چپ ۸۰ درصد کارایی خود را از دست بدهد.

### ۴-۳- مقایسه با روش [۳۱]

به دلیل اینکه در این مقاله از روش ارائه‌شده در [۳۱] برای کنترل خطا استفاده شده است، در ادامه، نتایج مقاله حاضر با این مقاله مقایسه خواهد شد. در ادامه، از آنجا که مرجع [۳۱] با مسیر دایره‌ای نتایج خود را بررسی کرده است، در اینجا نیز از مسیر دایره‌ای برای مقایسه استفاده خواهد شد و فرض شده است محرک سمت چپ ۸۰ درصد کارایی خود را از دست دهد. نتایج را می‌توان در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) مشاهده کرد.

با بررسی این نتایج، می‌توان دریافت ردیابی مسیری که کنترلر LPV با در نظر گرفتن اشباع ورودی از خود به نمایش گذاشته است دارای عملکردی بهتر نسبت به ردیابی کنترل‌کننده [۳۱] است. گفتنی است، روش ارائه‌شده در مرجع [۳۱] در ردیابی مسیر پروانه‌ای ناموفق بوده است.



شکل (۱۰): ردیابی مسیر مرجع با استفاده از کنترل‌کننده [۳۱]، زمانی که در  $t=10s$  محرک سمت چپ ۸۰ درصد کارایی خود را از دست دهد.

- [12] A. De Luca, G. Oriolo, M. Vendittelli, "Control of wheeled mobile robots: An experimental overview", In: S. Nicosia, editor. RAMSETE: Nonholonomic Mobile Robots (LNCIS 270), Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 181-226, 2001. [https://doi.org/10.1007/3-540-45308-4\\_6](https://doi.org/10.1007/3-540-45308-4_6)
- [13] G. Wolodkin, G. J. Balas, W. L. Garrard, "Application of parameter-dependent robust control synthesis to turbofan engines", *J Guid Control Dyn*, Vol. 22, No. 6, 833-838, 1999. <https://doi.org/10.2514/2.4460>
- [14] J. M. Biannic, P. Apkarian, "Missile autopilot design via a modified LPV synthesis technique", *Aerospace Sci Technol*, Vol. 3, No. 3, 153-160, 1999. [https://doi.org/10.1016/S1270-9638\(99\)80039-X](https://doi.org/10.1016/S1270-9638(99)80039-X)
- [15] H. Kajiwaru, P. Apkarian, P. Gahinet, "Wide-range stabilization of an arm-driven inverted pendulum using linear parameter-varying techniques", In: Proceedings of the Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, San Diego, CA, AIAA, 4503, Jan 1998. <https://doi.org/10.2514/6.1998-4503>
- [16] W. Qiu, V. Vittal, M. Khammash, "Decentralized power system stabilizer design using linear parameter varying approach", *IEEE Trans Power Syst*, Vol. 19, No. 4, 1951-1960, 2004. <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2004.836269>
- [17] P. Bumroongsri, "An offline formulation of MPC for LPV systems using linear matrix inequalities", *J Appl Math*, 2014. <https://doi.org/10.1155/2014/786351>
- [18] B. Lu, F. Wu, "Switching LPV control designs using multiple parameter-dependent Lyapunov functions", *Automatica*, Vol. 40, No. 11, 1973-1980, 2004. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2004.06.011>
- [19] D. Rotondo, F. Nejjari, V. Puig, "Model reference switching quasi-LPV control of a four wheeled omnidirectional robot", *IFAC Proceedings Volumes*, Vol. 47, No. 3, 4062-4067, 2014. <https://doi.org/10.3182/20140824-6-ZA-1003.00054>
- [20] M. Sabouri, M. H. Asemani, "LPV controller design for trajectory tracking of non-holonomic wheeled mobile robots in the presence of slip", In: Proceedings of the 29th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE), 2021, Iran, IEEE, 1-6, 2021. <https://doi.org/10.1109/ICEE52715.2021.9544327>
- [21] R. Velázquez, A. Lay-Ekuakille, "A review Oct 27–Nov 1, Las Vegas, NV, Piscataway (NJ): IEEE, 3522–3527, 2003. <https://doi.org/10.1109/IR0S.2003.1249701>
- [4] V. D. Phan, C. P. Vo, H. V. Dao, K. K. Ahn, "Robust fault-tolerant control of an electro-hydraulic actuator with a novel nonlinear unknown input observer", *IEEE Access*, Vol. 9, 30750-30760, 2021. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3059947>
- [5] D. Zaborniak, P. Balik, K. Woźniak, B. Sulikowski, M. Witczak, "Iterative learning control design for a class of mobile robots", *Electronics*, Vol. 14, No. 3, 531, Jan 2025. <https://doi.org/10.3390/electronics14030531>
- [6] J. Wu, B. Li, J. Li, M. Li, B. Yang, "Global stabilization of control systems with input saturation and multiple input delays", *Actuators*, Vol. 13, No. 8, 306, 2024. <https://doi.org/10.3390/act13080306>
- [7] A. Ruiz, D. Rotondo, B. Morcego, "Design of shifting state-feedback controllers for LPV systems subject to time-varying saturations via parameter-dependent Lyapunov functions", *ISA Trans*, Vol. 119, 187-195, 2021. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2021.07.025>
- [8] S. Salavati, K. Grigoriadis, M. Franchek, "Observer-based control of LPV systems with input delay and saturation and matched disturbances via a generalized sector condition", *Front Control Eng*, Vol. 2, Dec 2021. <https://doi.org/10.3389/fcteg.2021.710388>
- [9] Z. Teczely, B. Kiss, "LPV state-feedback control of a robotic manipulator via LMI optimization", In: Proceedings of the International Conference on Information, Communication and Automation Technologies (ICAT), Belgrade, Serbia, IEEE, 49-54, Feb 2023. <https://doi.org/10.1109/ICAT57854.2023.10171295>
- [10] M. A. Kamel, X. Yu, Y. Zhang, "Fault-tolerant cooperative control design of multiple wheeled mobile robots", *IEEE Trans Control Syst Technol*, Vol. 25, No. 1, 1-10, 2017. <https://doi.org/10.1109/TCST.2017.2679066>
- [11] S. Mellah, G. Graton, E. M. El Adel, M. Ouladsine, A. Planchais, "4-mecanum wheeled mobile robot actuator fault detection & isolation using unknown input observer-based approach", In: European Control Conference ECC, St. Petersburg, Russia, IEEE, 1-6, May 2020. <https://doi.org/10.23919/ECC51009.2020.9143984>

- on multiple positioning modules", *Int J Control Autom Syst*, Vol. 14, No. 2, 400-410, 2016. <https://doi.org/10.1007/s12555-016-0105-0>
- [30] D. Stavrou, D. G. Eliades, C. G. Panayiotou, M. M. Polycarpou, "Fault detection for service mobile robots using model-based method", *Auton Robots*, Vol. 40, No. 2, 383-394, 2015. <https://doi.org/10.1007/s10514-015-9477-8>
- [31] P. Yazdjerdi, N. Meskin, "Actuator fault tolerant control in a team of mobile robots", In: 2018 15th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV), 2018, Singapore, IEEE, 1376-1381, 2018. <https://doi.org/10.1109/ICARCV.2018.8581118>
- [32] N. T-T. Vu, L. X. Ong, N.H. Trinh, S. T-H. Pham, "Robust adaptive controller for wheel mobile robot with disturbances and wheel slips", *Int J Electr Comput Eng*, Vol. 11, No. 1, 336-346, 2021. <https://doi.org/10.11591/ijece.v11i1.pp336-346>
- [33] J. Zhang, C. Wang, Y. Wu, "Adaptive neural network control for nonholonomic systems with partial/full or without state constraints", *J Franklin Inst*, Vol. 10633-10655, 2023. <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2023.08.004>
- [34] C. Scherer, S. Weiland, "Linear matrix inequalities in control", *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, Berlin, Heidelberg: Springer, Vol. 253, 2000.
- [35] D. Rotondo, V. Puig, F. Nejjari, J. Romera, "A fault-hiding approach for the switching quasi-LPV fault tolerant control of a four-wheeled omnidirectional mobile robot", *IEEE Trans Ind Electron*, Vol. 59, No. 11, 2923-2929, 2014. <https://doi.org/10.1109/TIE.2014.2367002>
- [36] C. G. M. Filho, M. D. N. Forte, F. G. Nogueira, W. B. Correia, B. C. Torrico, "LPV controller design for terrestrial mobile robot with tilt compensation", In: *Anais do 14º Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, 2019, Ouro Preto, Brazil, SBA, e-111174, 2019. <https://doi.org/10.17648/sbai-2019-111174>
- [37] H. Wang, T.F. Zhang, X.Y. Zhang, Q. Li, "Observer-based path tracking controller design for autonomous ground vehicles with input saturation", *IEEE/CAA J Autom Sinica*, Vol. 10, No. 3, 749-761, 2023. <https://doi.org/10.1109/JAS.2023.123078>
- Y. Hu, G. Duan, F. Tan, "Control of LPV systems subject to state constraints and input of models and structures for wheeled mobile robots: Four case studies", In: *Proceedings of the 15th International Conference on Advanced Robotics (ICAR)*, 2011 Jun 20-23, Tallinn, Estonia, IEEE, 524-529, 2011. <https://doi.org/10.1109/ICAR.2011.6088568>
- [22] J. Wang, H. Dong, F. Chen, M.T. Vu, A.D. Shakibjoo, A. Mohammadzadeh, "Formation control of non-holonomic mobile robots: Predictive data-driven fuzzy compensator", *Mathematics*, Vol. 11, No. 8, 1804, 2023. <https://doi.org/10.3390/math11081804>
- [23] B. Triggs, "Motion planning for nonholonomic vehicles: An introduction", Oxford, UK: Oxford University Press, 2023. <https://inria.hal.science/inria-00548415>
- [24] J. Xu, G.M. Bone, "Actuators for improving robotic arm safety while maintaining performance: A comparison study", *Actuators*, Vol. 13, No. 2, 69, 2024. <https://doi.org/10.3390/act13020069>
- [25] M. Miron, L. Frangu, S. Caraman, "Actuator fault detection using extended Kalman filter for a wastewater treatment process", In: *21st International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC)*, 2017 Oct 20-22, Sinaia, Romania, IEEE, 583-588, 2017. <https://doi.org/10.1109/ICSTCC.2017.8107098>
- [26] G. Gao, X. Guo, G. Li, Y. Li, H. Zhou, "Kinematic parameter identification and error compensation of industrial robots based on unscented Kalman filter with adaptive process noise covariance", *Machines*, Vol. 12, No. 6, 406, 2024. <https://doi.org/10.3390/machines12060406>
- [27] P. Sundvall, P. Jensfelt, "Fault detection for mobile robots using redundant positioning systems", In: *Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2006)*, Orlando, FL, IEEE, 2349-2354, 2006. <https://doi.org/10.1109/ROBOT.2006.1642280>
- [28] A. G. Millard, J. Timmis, A. F. T. Winfield, "Run-time detection of faults in autonomous mobile robots based on the comparison of simulated and real robot behaviour", In: *Proceedings of the 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Chicago, IL, IEEE, 3746-3751, 2014. <https://doi.org/10.1109/IROS.2014.6943084>
- [29] P. S. Pratama, A. V. Gulakari, Y. D. Setiawan, D. H. Kim, H. K. Kim, S. B. Kim, "Trajectory tracking and fault detection algorithm for automatic guided vehicle based

<https://doi.org/10.1177/0142331217742964>.

saturation", Trans Inst Meas Control, Vol. 40,  
No. 13, 3985-3993, 2018.

- 
- <sup>1</sup> Linear Parameter Varying
  - <sup>2</sup> Extended Kalman Filter
  - <sup>3</sup> Linear Matrix Inequality
  - <sup>4</sup> Function Substitution
  - <sup>5</sup> Velocity-based linearization
  - <sup>6</sup> Quasi-LPV
  - <sup>7</sup> Loss of Effectiveness

