



Computational Intelligence in Electrical Engineering  
Vol. 15, No. 2, 2024  
pp. 85-96  
Research Paper

## **Disturbance Observer-based Synchronization Control of Multi-Agent Systems with Euler-Lagrange Dynamics in the Presence of Parametric and Non-Parametric Uncertainties**

**Mohammad Motaharifar<sup>\*1</sup>, Mohammad Ataei<sup>2</sup>**

Assistant Professor, Dept. of Electrical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran  
Professor, Dept. of Electrical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

### **Abstract:**

Euler-Lagrange systems include a wide class of dynamic systems such as electrical, mechanical and robotic systems. In this paper, a disturbance observer-based control methodology is developed for a multi-agent network including several agents with Euler-Lagrange motion dynamics. The control objective is to reach the same position by all agents in both leader-less or leader-follower situations. The proposed control scheme estimates the disturbance term due to the dynamic uncertainties, and the estimated value is utilized in the control law as a feedforward term. In contrast to the existing adaptive control methodologies for handling uncertainties, the proposed scheme guarantees satisfactory performance in the presence of uncertainty without the need for a dynamic structure of the system. Stability analysis of the proposed scheme is done using the Lyapunov theory. The effectiveness of the proposed method is validated by simulation studies for regulation and tracking objectives in leader-follower cases and consensus objectives in leaderless scenarios.

**Keywords:** Euler-Lagrange dynamics, Disturbance Observer, Multi-Agent Systems, Synchronization Control.



This is an open access article under the CC BY-NC-ND/4.0/ License (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).



<https://doi.org/10.22108/ISEE.2024.139054.1647>

## کنترل همگام‌سازی مبتنی بر رویتر اغتشاش در سیستم‌های چند عاملی با دینامیک

## اوایلر - لاگرانژ در حضور عدم قطعیت‌های پارامتری و غیر پارامتری

محمد مطهری فر<sup>۱\*</sup>، محمد عطایی<sup>۲</sup>

۱- استادیار گروه مهندسی برق، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران

m.motaharifar@eng.ui.ac.ir

۲- استاد گروه مهندسی برق، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران

ataei@eng.ui.ac.ir

**چکیده:** سیستم‌های اوایلر - لاگرانژ دسته‌ای وسیع از سیستم‌های دینامیکی را در بر می‌گیرد و می‌تواند شامل سیستم‌های الکتریکی، مکانیکی، رباتیکی و ... باشد. در این مقاله، یک روش کنترلی مبتنی بر رویتر اغتشاش برای یک شبکه چند عاملی شامل تعدادی عامل اوایلر - لاگرانژی توسعه داده می‌شود. هدف کنترلی، رسیدن کلیه عوامل به موقعیت یکسان در دو حالت بدون رهبر و دارای رهبر است. در روش کنترلی مبتنی بر رویتر اغتشاش، اغتشاش خارجی سیستم که در اثر عدم قطعیت دینامیکی سیستم یا اغتشاش خارجی است، تخمین زده و از مقدار تخمین زده شده در قانون کنترل استفاده می‌شود. مزیت اصلی روش پیشنهادی آن است که برخلاف روش‌های کنترل تطبیقی مرسوم، بدون نیاز به اطلاعات ساختار دینامیکی سیستم می‌تواند بر عدم قطعیت دینامیکی غلبه کند. تحلیل پایداری کنترل‌کننده پیشنهادی با استفاده از تئوری لیاپانوف ارائه می‌شود و صحت سنجی آن از طریق شبیه‌سازی انجام می‌شود.

**واژه‌های کلیدی:** دینامیک اوایلر - لاگرانژ، رویتر اغتشاش، سیستم‌های چند عاملی، کنترل همگام‌سازی

## ۱- مقدمه

قدرت و سیستم‌های الکترونیک قدرت را می‌توان بر این اساس توصیف کرد. یک هدف کنترلی مهم در این شبکه همگامی حالت‌ها بین عامل‌های مختلف است. در صورت وجود عامل رهبر باید عامل‌های پیرو، حالت خود را با عامل رهبر همگام کنند. در غیر این صورت، حالت کلیه عامل‌ها باید به یک مقدار توافق شده همگرا شود.

همچنین، در طی دهه گذشته، لزوم به‌کارگیری ربات‌ها در محیط‌هایی که حضور انسان خطرناک یا دشوار است، محرز شده است. در سال‌های گذشته و با توجه به همه‌گیری ویروس کرونا، انجام بسیاری از فعالیت‌ها از قبیل اقدامات درمانی [۲]، آموزشی [۳] و توانبخشی [۴] با هدف کاهش میزان انتشار ویروس در اثر ارتباطات فیزیکی غیرضروری در دستور کار قرار گرفته است. با توجه به اهمیت روزافزون استفاده از ربات‌های تحت شبکه، در این مقاله حالت خاصی از دینامیک اوایلر - لاگرانژ که مختص

شبکه اوایلر - لاگرانژ با ساختار رهبر - پیرو شبکه‌ای متشکل از یک یا چند عامل رهبر و یک یا چند عامل پیرو به همراه لینک ارتباطی و کنترل‌کننده است؛ به طوری که هر عامل با دینامیک غیرخطی اوایلر - لاگرانژ توصیف می‌شود [۱]. دلیل در نظر گرفتن دینامیک اوایلر - لاگرانژ این است که این مدل دینامیکی دسته‌ای وسیع از سیستم‌های فیزیکی دارای اهمیت کاربردی را در بر می‌گیرد. به‌طور مشخص، سیستم‌های مکانیکی، الکتریکی، الکترومکانیکی، شبکه‌های

<sup>۱</sup> تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۲/۰۶/۲۰

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۳/۰۳/۰۹

نام نویسنده مسئول: محمد مطهری فر

نشانی نویسنده مسئول: ایران، اصفهان، دانشگاه اصفهان، دانشکده فنی و مهندسی، گروه برق

۸۶ کنترل همگام‌سازی مبتنی بر روی‌نگر اغتشاش در سیستم‌های چند عاملی با دینامیک اوپلر - لاگرانژ در حضور عدم قطعیت‌های پارامتری و غیرپارامتری

انفعال اپراتور و محیط تحلیل شده است. توسعه روش مذکور در پژوهش‌های مختلفی در حضور تأخیر متغیر با زمان [۶]، برای شکل‌دهی خطا در آموزش جراحی [۷] و برای تعداد دلخواه عامل اوپلر - لاگرانژ [۸] انجام شده است. از مزایای کنترل‌کننده‌های پیشنهادی اشاره شده، نبود پارامترهای مدلسازی در فرمول‌بندی قانون کنترل (به علت عدم وابستگی به مدل) است. با وجود اینکه این رویکرد کنترلی با توجه به عدم نیاز به مدل دینامیک، منجر به سادگی اجرا می‌شود، در صورت پیچیدگی دینامیک، ممکن است عملکرد مطلوبی نداشته باشد. به‌طور خاص، در صورتی که در دینامیک ربات عبارت مربوط به بردار جاذبه غیرصفر باشد، پایداری مجانبی سیستم توسط کنترل‌کننده تناسبی - مشتقی تضمین نمی‌شود.

بازوهای رباتیکی است، مدنظر قرار خواهد گرفت.

خلاصه روش‌های موجود کنترل موقعیت سیستم‌های دارای دینامیک اوپلر - لاگرانژ در جدول ۱ آمده است. در بسیاری از مطالعات از روش‌های کنترل کلاسیک که از جمله آنها روش کنترل تناسبی - مشتقی (PD) است برای کنترل شبکه‌های اوپلر - لاگرانژ استفاده شده است. این رویکرد کنترلی نیازی به مدلسازی سیستم ندارد و پیاده‌سازی آن نسبتاً ساده است. در رویکرد کنترلی مذکور، کنترل‌کننده خطای سیستم را نظارت می‌کند و براساس بزرگی خطای مشاهده‌شده و مشتق آن، تلاش کنترلی اعمال می‌شود. در پژوهش انجام‌شده در [۵] روش کنترل تناسبی مشتقی برای یک شبکه اوپلر - لاگرانژ شامل یک ربات رهبر و یک ربات پیرو پیشنهاد شده و پایداری کلی شبکه با فرض

جدول (۱): خلاصه‌ای از روش‌های کنترل موقعیت سیستم‌های دارای دینامیک اوپلر - لاگرانژ

| مرجع         | روش کنترلی     | تحت شبکه با تعداد عامل دلخواه | اثبات پایداری غیرخطی | غلبه بر عدم قطعیت پارامتری | غلبه بر عدم قطعیت غیرپارامتری |
|--------------|----------------|-------------------------------|----------------------|----------------------------|-------------------------------|
| [۷، ۶، ۵]    | PD             | ☒                             | ☑                    | ☒                          | ☒                             |
| [۸]          | PD             | ☑                             | ☑                    | ☒                          | ☒                             |
| [۱۰، ۹]      | تطبیقی         | ☒                             | ☑                    | ☑                          | ☒                             |
| [۱۲، ۱۱]     | تطبیقی         | ☑                             | ☑                    | ☑                          | ☒                             |
| [۱۵، ۱۴، ۱۳] | روی‌نگر اغتشاش | ☒                             | ☑                    | ☑                          | ☑                             |

عملکرد آنها در حضور نامعینی‌های غیر پارامتری چندان پذیرفتنی نیست.

روش کنترلی دیگری که با وجود توانایی در مراجع کمتری در حوزه سیستم‌های اوپلر - لاگرانژ به آن پرداخته شده است، کننده مبتنی بر روی‌نگر اغتشاش است. ایده روی‌نگر اغتشاش برای سیستم‌های اوپلر - لاگرانژ در پژوهش [۱۳] معرفی شد و بعدها در پژوهش‌های دیگری از جمله [۱۴] و [۱۵] برای شبکه‌های اوپلر - لاگرانژ با یک ربات رهبر و یک ربات پیرو توسعه پیدا کرد و معرفی کاملی از این روش کنترلی در [۱۶] انجام شده است.

با توجه به اینکه روش روی‌نگر اغتشاش به‌عنوان روشی جایگزین برای کنترل تطبیقی برای غلبه بر عدم قطعیت معرفی می‌شود، مرور مختصری بر مزایای این روش در مقایسه با کنترل تطبیقی در سیستم‌های رباتیک ارائه می‌شود.

روی‌کرد کنترلی دیگری که می‌تواند برخی از محدودیت‌های کنترل تناسبی - مشتقی را برطرف کند، کنترل تطبیقی است که در [۹] از آن برای حل مسئله ردیابی موقعیت در شبکه‌های اوپلر - لاگرانژ با یک ربات رهبر و یک ربات پیرو استفاده شده است. بعدها در پژوهش [۱۰] نشان داده شد که روش ارائه‌شده در [۹] تنها زمانی می‌تواند به‌خوبی عمل کند که معادله دینامیکی سیستم فاقد نیروهای ناشی از جاذبه زمین باشد یا این نیروها جبران شده باشند و روشی برای حل این مشکل ارائه دادند. طراحی کنترل‌کننده تطبیقی برای شبکه‌های چند عاملی با تعداد دلخواه عامل اوپلر - لاگرانژ نیز در مقالات مختلفی از جمله [۱۱] و [۱۲] بررسی شده است. باید توجه شود کنترل‌کننده‌های تطبیقی ارائه‌شده در پژوهش‌های [۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲] با وجود آنکه توانایی مناسبی برای غلبه بر نامعینی پارامتری دارند،

انگیزه‌ای برای تحقیقات بیشتر در این حوزه باشد. با توجه به مرور ادبیات انجام‌شده، به طراحی روش کنترل مبتنی بر روی‌نگر اغتشاش برای شبکه‌های اویلر - لاگرانژ در تحقیقات اندکی توجه شده است که عمده آنها شبکه‌های اویلر - لاگرانژ در حالت ساده شامل یک عامل رهبر و یک عامل پیرو را پوشش می‌دهند. با توجه به این موارد، نوآوری اصلی این مقاله، توسعه یک روش کنترلی مبتنی بر روی‌نگر اغتشاش برای شبکه‌های اویلر - لاگرانژ و تحلیل پایداری روش پیشنهادی است.

ادامه این مقاله به این صورت تنظیم شده است. در بخش ۲ نمادهای استفاده‌شده معرفی می‌شوند و در کنار توصیف شبکه‌های اویلر - لاگرانژ، مسئله پژوهشی بیان می‌شود. در بخش ۳ ساختار کنترلی پیشنهادی معرفی می‌شود. تحلیل پایداری سیستم در بخش ۴ تشریح می‌شود. در بخش ۵ نتایج شبیه‌سازی ارائه می‌شود. در پایان، نتیجه‌گیری در بخش ۶ بیان می‌شود.

## ۲- مفاهیم مقدماتی

### ۲-۱- نمادها

نمادهای به‌کاررفته در این بخش معرفی می‌شوند.  $I_m$  نشان‌دهنده ماتریس همانی با  $m$  سطر و  $m$  ستون است.  $1_m$  نشان‌دهنده یک ماتریس ستونی (بردار) با  $m$  سطر است که کلیه درایه‌های آن یک است. ضرب کرونکر بین دو ماتریس  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  و  $B \in \mathbb{R}^{r \times s}$  با نماد  $\otimes$  مشخص شده و به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & \dots & a_{1n}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & \dots & a_{mn}B \end{bmatrix} \quad (1)$$

که در آن  $a_{ij}$  نشان‌دهنده عنصر موجود در سطر  $i$  و ستون  $j$  ماتریس  $A$  است.

### ۲-۲- شبکه‌های اویلر - لاگرانژ

یک شبکه اویلر - لاگرانژ دارای  $N$  عامل است که دینامیک هر یک با معادلات اویلر - لاگرانژ زیر توصیف می‌شود.

دو دسته از روش‌های کنترل تطبیقی شناخته‌شده‌تر برای سیستم‌های رباتیک، شامل کنترل‌کننده‌های دینامیک معکوس تطبیقی و کنترل‌کننده‌های مبتنی بر انفعال تطبیقی هستند. روش دینامیک معکوس تطبیقی به فرم رگرسیون معمول ربات‌ها نیاز دارد که در آن ماتریس رگرسیون تابعی از سه متغیر است. مهم‌ترین عیب این روش نیاز به شتاب مفاصل است که در موارد عملی تعیین آن مشکل است. همچنین، روش کنترل تطبیقی مبتنی بر انفعال نیازی به شتاب مفاصل ندارد؛ بلکه به فرم رگرسیون پیچیده‌تری نیاز دارد که در آن ماتریس رگرسیون تابعی از چهار متغیر است. این نوع ماتریس رگرسیون در ادبیات به‌عنوان رگرسیون اسلوتین - لی شناخته می‌شود و به دست آوردن آن از ماتریس رگرسیون معمولی دشوارتر است. علاوه بر این، هر دو نوع روش‌های کنترل تطبیقی مذکور، رفتار گذرا نامطلوبی را به دلیل زمان هم‌گرایی قانون انطباق نشان می‌دهند. باید توجه شود روش کنترل مبتنی بر روی‌نگر اغتشاش دارای مزیت‌های متعددی نسبت به روش‌های کنترل تطبیقی در برخورد با عدم قطعیت است. این روش به شتاب‌های مفاصل نیاز ندارد و از طرفی هیچ نوعی از فرم رگرسوری در این روش مورد نیاز نیست. علاوه بر این، کنترل‌کننده مبتنی بر روی‌نگر اغتشاش در حالت کلی در مقایسه با کنترل‌کننده‌های تطبیقی منجر به رفتار گذرای مطلوب‌تر می‌شود.

با وجود آنکه در پژوهش‌های موجود، روش کنترلی مبتنی بر روی‌نگر اغتشاش برای سیستم‌های اویلر - لاگرانژ به‌خصوص به‌صورت خارج از شبکه به شکل پایه‌ای تحقیق شده است، موارد فراوانی در استفاده از این روش کنترلی در سیستم‌های اویلر - لاگرانژ تحت شبکه در آنها لحاظ نشده است. در واقع ارائه چارچوب ریاضی محکم‌تر برای تحلیل پایداری کنترل‌کننده‌های مبتنی بر روی‌نگر اغتشاش در شبکه‌های اویلر - لاگرانژ موضوع بسیار مهمی است که ارزش تحقیقاتی زیادی دارد. علاوه بر آن، در پژوهش‌های انجام‌شده در این زمینه، هنوز طراحی کنترل‌کننده مبتنی بر روی‌نگر اغتشاش به‌صورت جدی و پایه‌ای برای شبکه‌های اویلر - لاگرانژ در حالت کلی (برای بیش از دو عامل اویلر - لاگرانژی) بررسی نشده است و این موضوع می‌تواند

همچنین، تبادل داده بین عوامل مختلف توسط تعدادی کانال ارتباطی انجام می‌شود. عامل‌های همسایه به عامل‌هایی گفته می‌شود که با یکدیگر تبادل اطلاعات دارند. برای عامل شماره  $i$  می‌توان مجموعه‌ای با عنوان  $N_i$  تعریف کرد که شامل عامل‌هایی هست که در همسایگی با عامل شماره  $i$  قرار دارند. یک روش مرسوم در نظریه گراف‌ها برای بیان ریاضی شبکه ارتباطی استفاده از ماتریس لاپلاسیان است که یک ماتریس  $N \times N$  است و با نماد  $L$  نشان داده می‌شود و عناصر آن به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$L_{ij} = \begin{cases} -a_{ik}, & i \neq k \\ \sum a_{ik}, & i = k \end{cases} \quad (۸)$$

که در آن

$$a_{ik} = \begin{cases} 1, & k \in N_i \\ 0, & k \notin N_i \end{cases} \quad (۹)$$

فرض می‌شود گراف مرتبط با شبکه، غیرجهت دار و متصل است.

### ۳- ساختار کنترلی پیشنهادی

هدف از طراحی کنترل، حل مسئله همگام‌سازی در دو حالت دارای رهبر و بدون رهبر است. در حالت دارای رهبر موقعیت کلیه عامل‌ها با موقعیت رهبر یکسان می‌شود و در حالت بدون رهبر، کلیه عوامل به موقعیت یکسان اجماع‌شده همگرا می‌شوند. برای حل این مسئله بردار خطای تعمیم‌یافته برای عامل شماره  $i$  به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$e_i = \alpha \tilde{q}_i + \sum_{j \in N} a_{ij} (\tilde{q}_i - \tilde{q}_j) \quad (۱۰)$$

در رابطه فوق در حالت دارای رهبر  $\alpha = 1$  و در حالت بدون رهبر  $\alpha = 0$  است و  $\tilde{q}_i$  خطا در عامل شماره  $i$  است که به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\tilde{q}_i = q_i - q_L \quad (۱۱)$$

که در آن  $q_L$  در حالت دارای رهبر برابر موقعیت رهبر و در حالت بدون رهبر برابر صفر است. حال قانون کنترلی

$$M_i(q_i)\ddot{q}_i + C_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i + g_i(q_i) = u_i + d_i^* \quad (۲)$$

که در آن  $C_i(q_i, \dot{q}_i) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $M_i(q_i) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $g_i(q_i) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  و  $d_i^* \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  به ترتیب معادل با ماتریس اینرسی، ماتریس کوریولیس، بردار اثر گرانش زمین، بردار گشتاور کنترلی اعمالی و گشتاور خارجی هستند. همچنین، بردارهای  $q_i \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  و  $\dot{q}_i \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  به ترتیب معادل موقعیت، سرعت و شتاب مفصلی ربات‌ها هستند. در ادامه مدل دینامیک عدم قطعیت‌های موجود در سیستم به صورت جمع‌شونده، طبق روابط زیر در نظر گرفته می‌شوند.

$$M_i(q_i) = \tilde{M}_i(q_i) + \Delta M_i(q_i) \quad (۳)$$

$$C_i(q_i, \dot{q}_i) = \tilde{C}_i(q_i, \dot{q}_i) + \Delta C_i(q_i, \dot{q}_i) \quad (۴)$$

$$g_i(q_i) = \tilde{g}_i(q_i) + \Delta g_i(q_i) \quad (۵)$$

که در آن  $\tilde{M}_i(q_i)$ ,  $\tilde{C}_i(q_i, \dot{q}_i)$  و  $\tilde{g}_i(q_i)$  معارف مدل‌های نامی دینامیک مربوطه بوده و  $\Delta M_i$ ,  $\Delta C_i$  و  $\Delta g_i$  معرف عدم قطعیت جمع‌شونده است.

براساس مطالب بیان‌شده در مراجعی از قبیل [۱۷]، معادلات دینامیکی ربات‌ها دارای ویژگی‌های ذاتی به خصوصی هستند که از این ویژگی‌ها در طراحی کنترل‌کننده استفاده می‌شود. در اینجا این ویژگی‌ها برای مدل واقعی سیستم و مدل نامی بیان می‌شود. ویژگی ۱- ماتریس اینرسی واقعی سیستم  $M(q)$  و همین‌طور ماتریس اینرسی نامی سیستم  $\tilde{M}(q)$  متقارن و مثبت معین‌اند.

ویژگی ۲- ماتریس‌های  $M_i(q_i) - 2C_i(q_i, \dot{q}_i)$  و همین‌طور  $\tilde{M}_i(q_i) - 2\tilde{C}_i(q_i, \dot{q}_i)$  پادمتقارن هستند.

در ادامه با قراردادن معادلات (۳)، (۴) و (۵) در دینامیک (۲)، معادله دینامیکی زیر حاصل می‌شود.

$$\tilde{M}_i(q_i)\ddot{q}_i + \tilde{C}_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i + \tilde{g}_i(q_i) = u_i + d_i \quad (۶)$$

که در آن  $d_i$  عدم قطعیت تجمیعی بوده و به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$d_i = d_i^* - \Delta M_i(q_i)\ddot{q}_i - \Delta C_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i - \Delta g_i(q_i) \quad (۷)$$

زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$u_i = \hat{d}_i - \hat{M}_i(q_i)\lambda\dot{e}_i - \hat{C}_i(q_i, \dot{q}_i)\lambda e_i - K_i(\dot{q}_i + \lambda e_i) + \hat{g}_i(q_i) \quad (12)$$

که در آن،  $\lambda$  ضریب ثابت مثبت،  $K_i$  ماتریس بهره مثبت معین و  $\hat{d}_i$  تخمینی از  $d_i$  است و مقدار  $\hat{d}_i$  با استفاده از معادلات دینامیکی زیر به دست می‌آید.

$$\dot{z}_i = -\Gamma_i(q_i, \dot{q}_i)z_i + \Gamma_i(q_i, \dot{q}_i) \times (\hat{C}_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i + \hat{g}_i(q_i) - u_i - p_i(q_i, \dot{q}_i)) \quad (13)$$

$$\hat{d}_i = z_i + p_i(q_i, \dot{q}_i) \quad (14)$$

در رابطه فوق  $\Gamma_i(q_i, \dot{q}_i)$  بهره رویتگر است و به همراه تابع برداری  $p_i(q_i, \dot{q}_i)$  باید طوری انتخاب شوند که پایداری رویتگر حفظ شود و رابطه زیر نیز برقرار باشد.

$$\dot{p}_i(q_i, \dot{q}_i) = \Gamma_i(q_i, \dot{q}_i)\hat{M}_i(q_i)\dot{q}_i \quad (15)$$

یک انتخاب مناسب می‌تواند به صورت زیر باشد.

$$\Gamma_i(q_i, \dot{q}_i) = \gamma_i \hat{M}_i^{-1}(q_i) \quad (16)$$

$$p_i(q_i, \dot{q}_i) = \gamma_i^{-1} \dot{q}_i \quad (17)$$

در روابط فوق  $\gamma_i$  یک ثابت اسکالر مثبت است که مقدار آن باید با توجه به شرایط پایداری حلقه بسته انتخاب شود که این موضوع در ادامه مقاله تشریح خواهد شد. حال با قراردادن قانون کنترل (۱۲) در معادلات دینامیکی سیستم (۲) می‌توان سیستم حلقه بسته را به صورت زیر به دست آورد.

$$\hat{M}_i(q_i)\dot{r}_i + \hat{C}_i(q_i, \dot{q}_i)r_i + K_i r_i = d_i - \hat{d}_i \quad (18)$$

که در آن

$$r_i = \dot{q}_i + \lambda e_i \quad (19)$$

از طرف دیگر، با تعریف  $\hat{d}_i = d_i - \hat{d}_i$  و با توجه به (۱۳) و (۱۴) و با فرض مرسوم آهسته‌بودن تغییرات اغتشاش ( $\hat{d} = 0$ ) معادله خطای رویتگر به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\dot{\hat{d}}_i = -\Gamma_i(q_i, \dot{q}_i)\hat{d}_i \quad (20)$$

حال با هدف رسیدن به یک مدل تجمیع شده، متغیرهای

زیر تعریف می‌شوند.

$$\tilde{q} = [\tilde{q}_1^T \quad \tilde{q}_2^T \quad \dots \quad \tilde{q}_N^T]^T \quad (21)$$

$$e = [e_1^T \quad e_2^T \quad \dots \quad e_N^T]^T \quad (22)$$

$$r = [r_1^T \quad r_2^T \quad \dots \quad r_N^T]^T \quad (23)$$

$$\tilde{d} = [\tilde{d}_1^T \quad \tilde{d}_2^T \quad \dots \quad \tilde{d}_N^T]^T \quad (24)$$

در نتیجه، می‌توان سیستم حلقه بسته کلی را به صورت

زیر بیان کرد.

$$\hat{M}(q)\dot{r} + \hat{C}(q, \dot{q})r + Kr = \tilde{d} \quad (25)$$

$$\dot{\tilde{d}} = -\Gamma(q, \dot{q})\tilde{d} \quad (26)$$

$$\dot{\tilde{q}} = -\lambda(L + \alpha I_N) \otimes I_n \tilde{q} + r \quad (27)$$

که در آن  $\hat{M}(q)$ ،  $\hat{C}(q, \dot{q})$  و  $K$  ماتریس‌های بلوکی هستند که عناصر بلوکی غیرقطری آنها صفر بوده و عناصر بلوکی قطری آنها شامل المان‌های متناظر دارای اندیس است که به ترتیب اندیس مرتب شده‌اند. در بخش بعد تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته فوق انجام خواهد شد.

#### ۴- تحلیل پایداری

پیش از بیان نتیجه اصلی، چند لم کاربردی ارائه می‌شوند. در لم بعد نامساوی معروف به نامساوی یانگ ارائه می‌شود.

لم ۱ [۱۸]: برای بردارهای دلخواه  $a$  و  $b$  با ابعاد یکسان و مقدار اسکالر دلخواه مثبت  $\mu$ ، نامساوی زیر همواره برقرار است.

$$|a^T b| \leq \left(\frac{\mu}{2}\right)\|a\|^2 + \left(\frac{1}{2\mu}\right)\|b\|^2 \quad (28)$$

در لم بعد چند تساوی مرتبط با ضرب کرونگر ارائه می‌شوند.

لم ۲ [۱۹]: ماتریس‌های  $A$ ،  $B$ ،  $C$  و  $D$  با ابعاد مناسب در روابط زیر صدق می‌کنند.

$$(A \otimes B)(C \otimes D) = AC \otimes BD \quad (29)$$

$$(A \otimes B)^T = A^T \otimes B^T \quad (30)$$

حلقه بسته شامل متغیرهای  $r$  و  $\tilde{d}$  است. در ادامه پایداری بخش خطی سیستم حلقه بسته براساس معادله (۲۷) تحلیل می‌شود. نکته درخور توجه در این رابطه آن است که براساس آنچه در ادامه بررسی خواهد شد ماتریس حالت سیستم یعنی  $-\lambda((L + \alpha I_N) \otimes I_n)$  به‌ازای  $\alpha = 1$  هرویتز است؛ اما به‌ازای  $\alpha = 0$  هرویتز نیست؛ در نتیجه، تحلیل پایداری در حالت دارای رهبر نسبتاً سراسر است‌تر از حالت بدون رهبر است که در ادامه درباره هر دو حالت بحث خواهد شد.

با توجه به لم ۳ می‌توان نتیجه گرفت ماتریس  $-(L + \alpha I_N)$  هرویتز است و با توجه به اینکه  $\lambda$  مثبت است، ماتریس  $-\lambda((L + \alpha I_N) \otimes I_n)$  نیز هرویتز است؛ در نتیجه، معادله (۲۷) بیانگر یک سیستم خطی تغییرناپذیر با زمان پایدار با ورودی  $r$  و متغیر حالت  $\tilde{q}$  است و با توجه به پایدار مجانبی بودن متغیر ورودی  $r$ ، پایدار مجانبی بودن متغیر  $\tilde{q}$  نیز نتیجه می‌شود.

در ادامه درباره تحلیل پایداری در حالت بدون رهبر بحث خواهد شد. برای این کار با الهام از مرجع [۲۱]، ماتریس  $E \in \mathbb{R}^{(N-1) \times N}$  به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$E = \begin{bmatrix} \eta & 1 - \kappa & \kappa & \dots & \kappa \\ \eta & \kappa & 1 - \kappa & \dots & \kappa \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \eta & \kappa & \kappa & \dots & 1 - \kappa \end{bmatrix} \quad (38)$$

که در آن

$$\eta = -1 + (N - 1)\kappa \quad (39)$$

$$\kappa = \frac{N - \sqrt{N}}{N(N - 1)} \quad (40)$$

می‌توان نشان داد ماتریس  $E$  در روابط زیر صدق می‌کند.

$$EE^T = I_{N-1} \quad (41)$$

$$E^T E = I_N - \frac{1}{N} \mathbf{1}_N \mathbf{1}_N^T \quad (42)$$

$$E \mathbf{1}_N = 0 \quad (43)$$

حال بردار  $y \in \mathbb{R}^{(N-1)n}$  براساس رابطه زیر تعریف می‌شود.

$$y = (E \otimes I_n)q \quad (44)$$

حال می‌توان سیستم (۲۵) را به‌ازای  $\alpha = 0$  به‌صورت

$$A \otimes (B + C) = A \otimes B + A \otimes C \quad (31)$$

لم بعد مرتبط با مقادیر ویژه ماتریس لاپلاسیان است و در تحلیل پایداری کلی سیستم اهمیت زیادی دارد.

لم ۳ [۲۰]: در صورتی که گراف متناظر با سیستم متصل باشد، ماتریس  $L$  دقیقاً دارای یک مقدار ویژه صفر است و سایر مقادیر ویژه آن دارای بخش حقیقی مثبت هستند.

نتیجه نهایی تحلیل پایداری در قضیه زیر بیان می‌شود. قضیه ۱: در صورتی که قانون کنترلی (۱۲) به همراه رویکرد اغتشاش (۱۳) و (۱۴) به سیستم (۲) اعمال شود، خطای ردیابی سیستم حاصله پایدار مجانبی است.

اثبات: در ابتدا برای تحلیل پایداری بخش غیرخطی سیستم حلقه بسته، تابع کاندید لیاپانوف زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$V = \frac{1}{2} r^T \hat{M}(q)r + \frac{1}{2} \tilde{d}^T \hat{M}(q)\tilde{d} \quad (32)$$

با مشتق‌گیری از تابع فوق داریم

$$\dot{V} = r^T \hat{M}(q)\dot{r} + \frac{1}{2} r^T \dot{\hat{M}}(q)r + \tilde{d}^T \hat{M}(q)\dot{\tilde{d}} + \frac{1}{2} \tilde{d}^T \dot{\hat{M}}(q)\tilde{d} \quad (33)$$

حال با جایگزینی عبارات از روی سیستم حلقه بسته (۲۵) و (۲۶) داریم.

$$\dot{V} = r^T \left( \hat{M}(q) - 2\hat{C}(q, \dot{q}) \right) r - r^T K r - \tilde{d}^T \hat{M}(q)\Gamma(q, \dot{q})\tilde{d} + r^T \tilde{d} + \frac{1}{2} \tilde{d}^T \dot{\hat{M}}(q)\tilde{d} \quad (34)$$

با استفاده از ویژگی ۲ دینامیک ربات‌ها، عبارت سطر اول رابطه فوق برابر صفر می‌شود. از طرف دیگر، با استفاده از لم ۱ می‌توان عبارت زیر را نتیجه گرفت.

$$r^T \tilde{d} \leq \frac{\lambda_{\min}(K)}{4} \|r\|^2 + \frac{2}{\lambda_{\min}(K)} \|\tilde{d}\|^2 \quad (35)$$

حال در صورتی که انتخاب  $\Gamma_i(q_i, \dot{q}_i)$  مطابق رابطه (۱۶) باشد و پارامتر  $\gamma_i$  نیز در رابطه زیر صدق کند

$$\gamma_i > 2 \left\| \dot{\hat{M}}(q) \right\| + \frac{16}{\lambda_{\min}(K)} \quad (36)$$

در نتیجه، می‌توان رابطه زیر را نتیجه گرفت

$$\dot{V} < -\frac{3}{4} \lambda_{\min}(K) \|r\|^2 - \frac{3}{4} \gamma_{\min} \|\tilde{d}\|^2 \quad (37)$$

که نشان‌دهنده پایداری مجانبی بخش غیرخطی سیستم

$$m_{22} = m_2 l_{c2}^2 + I_2. \quad (50)$$

ماتریس کوریولیس ربات نیز به صورت زیر بیان می شود

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -h\dot{q}_2 & -h(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ h\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (51)$$

که در آن

$$h = m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \quad (52)$$

علاوه بر آن، بردار جاذبه ربات به صورت زیر بیان می شود.

$$g(q) = \begin{bmatrix} g_1(q) \\ g_2(q) \end{bmatrix} \quad (53)$$

که در آن

$$g_1 = (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \cos(q_1) + m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2) \quad (54)$$

$$g_2 = m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2). \quad (55)$$

در روابط فوق،  $m_1$  و  $m_2$  به ترتیب بیانگر جرم لینک اول و لینک دوم ربات،  $l_1$  و  $l_2$  به ترتیب بیانگر طول لینک اول و لینک دوم ربات،  $l_{c1}$  و  $l_{c2}$  به ترتیب بیانگر فاصله مرکز جرم لینک اول و لینک دوم ربات از ابتدای لینک،  $I_1$  و  $I_2$  به ترتیب بیانگر ممان اینرسی لینک اول و لینک دوم و  $g \approx 9.81 m/s^2$  ضریب گرانش زمین است. در شبیه سازی ها مقادیر جرم لینک ها به صورت  $m_1 = m_2 = 0.1 kg$ ، مقادیر طول لینک ها به صورت  $l_1 = l_2 = 0.1 m$  و مقادیر ممان اینرسی لینک ها به صورت  $I_1 = I_2 = 0.1 kg - m^2$  در نظر گرفته شده است. علاوه بر آن، فرض شده است مرکز جرم هر لینک در وسط آن است و در نتیجه، برای  $i = 1, 2$  رابطه  $l_{ci} = \frac{l_i}{2}$  را داریم.

علاوه بر آن، پارامترهای کنترل کننده به صورت  $\lambda = 80 K = 40 I_2$ ، و  $\gamma_i = 10$  تنظیم می شوند. با هدف اطمینان از عملکرد مناسب کنترل کننده در حضور عدم قطعیت، مقادیر در نظر گرفته شده برای کلیه پارامترها در کنترل کننده دارای انحراف به میزان ۲۵٪ نسبت به مقدار اصلی خود در نظر گرفته می شوند.

در بخش اول شبیه سازی، عملکرد سیستم در حالت وجود رهبر استاتیکی بررسی می شود. در این حالت موقعیت رهبر برابر مقدار ثابت  $q_L = [0.5 \text{ rad}, -0.5 \text{ rad}]$  در

زیر بازنویسی کرد.

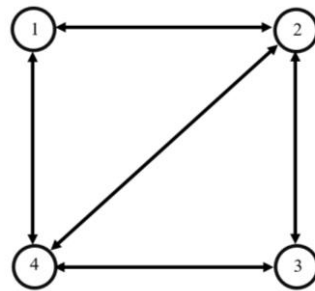
$$\dot{y} = -\lambda (ELE^T \otimes I_n) y + (E \otimes I_n) r \quad (45)$$

در مرجع [۲۱] هرویتز بودن ماتریس  $-ELE^T$  (موسوم به ماتریس لاپلاسین کاهش یافته) برای یک گراف متصل نشان داده شده است و براساس آن می توان نتیجه گرفت ماتریس  $(-\lambda (ELE^T \otimes I_n))$  نیز هرویتز است؛ در نتیجه، سیستم (۴۵) پایدار است و با توجه به اینکه همگرایی متغیر  $r$  قبلاً نشان داده شد می توان همگرایی متغیر  $y$  را نیز نتیجه گرفت؛ در نتیجه،  $(E \otimes I_n) q \rightarrow 0$  و با توجه به ویژگی های  $E$  می توان نتیجه گرفت بردار  $q_s$  وجود دارد؛ طوری که  $q \rightarrow (1_N \otimes q_s)$  و در نتیجه، همگرایی موقعیت همه عامل ها در حالت بدون رهبر به مقدار یکسان  $q_s$  اثبات شد.

## ۲- نتایج شبیه سازی

در این بخش روش کنترلی پیشنهادی به یک شبکه اویلر - لاگرانژ شامل ۴ عامل و با توپولوژی شبکه نمایش داده شده در شکل ۱ اعمال می شود. ماتریس لاپلاسین متناظر با شبکه مدنظر به صورت زیر بیان می شود:

$$L = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad (46)$$



شکل (۱): توپولوژی شبکه در نظر گرفته شده در شبیه سازی

هر عامل یک ربات سریال دو درجه آزادی RR است که ماتریس جرمی آن به صورت زیر بیان می شود.

$$M(q) = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{12} & m_{22} \end{bmatrix} \quad (47)$$

که در آن

$$m_{11} = m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos(q_2)) + I_1 + I_2 \quad (48)$$

$$m_{12} = m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos(q_2)) + I_2 \quad (49)$$



در بخش دوم شبیه‌سازی، بررسی عملکرد سیستم در حالت وجود رهبر دینامیکی انجام می‌شود. در این حالت موقعیت رهبر به صورت  $q_L = [q_{L1}(t), q_{L2}(t)]$  در نظر گرفته می‌شود که مقادیر آن به صورت زیر است.

$$q_{L1}(t) = (\sin t + 0.25 \sin 4t) \text{ rad},$$

$$q_{L2}(t) = (0.5 \sin 2t + 0.2 \sin 5t) \text{ rad}$$

نتایج شبیه‌سازی در حالت وجود رهبر دینامیکی برای مفاصل اول در شکل الف و برای مفاصل دوم در شکل ب نشان داده شده است و همان‌طور که دیده می‌شود عملکرد ربات‌های رهرو در ردیابی موقعیت رهبر پذیرفتنی است.

در بخش سوم شبیه‌سازی، عملکرد سیستم چند عاملی با دینامیک اولر - لاگرانژ در حالت بدون رهبر بررسی می‌شود. در این حالت انتظار می‌رود که متغیرهای حالت کلیه عامل‌ها به مقدار مشخص توافق شده‌ای همگرا شوند. نتایج شبیه‌سازی در حالت بدون رهبر برای مفاصل اول در شکل الف و برای مفاصل دوم در شکل ب نشان داده شده است. براساس نمودار موقعیت‌های هر دو مفصل در کلیه عامل‌ها با سرعت قابل قبولی به مقادیر یکسانی همگرا شده است.

در ادامه نتایج شبیه‌سازی دیگری جهت بررسی عملکرد سیستم در مقابل اغتشاش خارجی و نحوه تخمین اغتشاش خارجی توسط روی‌نگر اغتشاش ارائه می‌شود. این شبیه‌سازی تنها برای حالت وجود رهبر دینامیکی انجام شده است. برای انجام این کار، کلیه پارامترهای ربات‌ها و سیگنال مرجع، مشابه حالت وجود رهبر دینامیکی در نظر گرفته شد. از طرف دیگر، برای بررسی مناسب اثر اغتشاش خارجی، فرض می‌شود معادلات دینامیکی ربات‌ها بدون هیچ‌گونه عدم قطعیتی موجود است و تنها عامل شماره ۱ تحت تاثیر اغتشاش سینوسی با مقدار زیر قرار دارد.

$$d_1^* = [0.1 \sin 2t, 0.1 \sin 2t]$$

نتایج شبیه‌سازی مربوط به این حالت در حالت وجود رهبر دینامیکی برای مفاصل اول در شکل الف و برای مفاصل دوم در شکل ب نشان داده شده است و همان‌طور که دیده می‌شود عملکرد ربات‌های رهرو در ردیابی موقعیت رهبر پذیرفتنی است و عامل شماره ۱ با وجود اغتشاش خارجی عملکرد پذیرفتنی داشته است.

نظر گرفته می‌شود. علاوه بر آن، شرایط اولیه عامل‌ها براساس مقادیر زیر مشخص می‌شود.

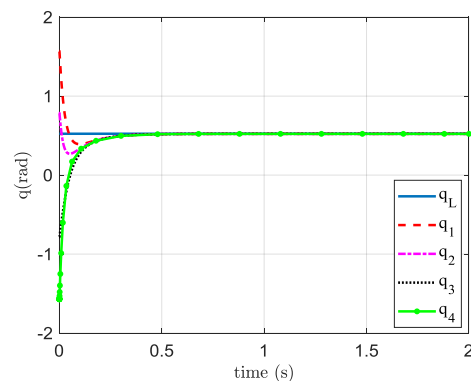
$$q_1(t_0) = \left[ \frac{\pi}{2} \text{ rad}, \frac{\pi}{6} \text{ rad} \right],$$

$$q_2(t_0) = \left[ \frac{\pi}{4} \text{ rad}, \frac{\pi}{3} \text{ rad} \right],$$

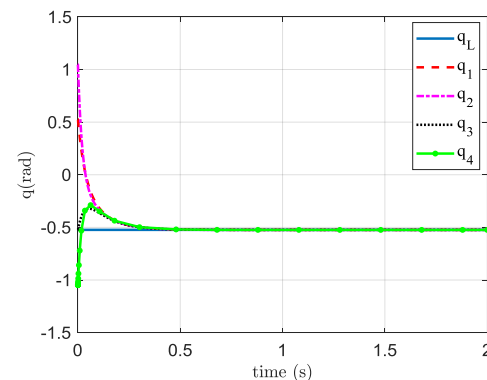
$$q_3(t_0) = \left[ -\frac{\pi}{4} \text{ rad}, -\frac{\pi}{6} \text{ rad} \right],$$

$$q_4(t_0) = \left[ -\frac{\pi}{2} \text{ rad}, -\frac{\pi}{3} \text{ rad} \right].$$

نتایج شبیه‌سازی در حالت وجود رهبر استاتیکی در شکل (۱) نمایش داده شده است و در آن نتایج مفاصل اول ربات‌ها در شکل (۱-الف) و نتایج مفاصل دوم ربات‌ها در شکل (۱-ب) ارائه شده است. علاوه بر آن موقعیت رهبر با خط ممتد آبی و موقعیت رهروهای شماره ۱، شماره ۲، شماره ۳ و شماره ۴ به ترتیب با خط مقطع قرمز، نقطه خط ارغوانی، نقطه چین قهوه‌ای و خط سبز ممتد دارای نقطه نمایش داده شده است. همان‌طور که نتایج نشان می‌دهد، هر یک از ربات‌های رهرو عملکرد قابل قبولی در رسیدن به مقادیر متناظر تعیین شده توسط رهبر دارند.

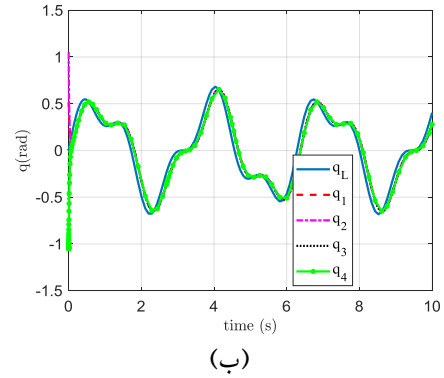
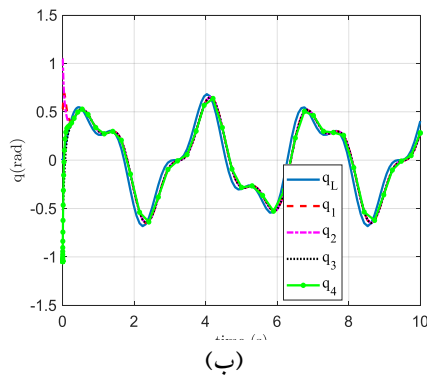
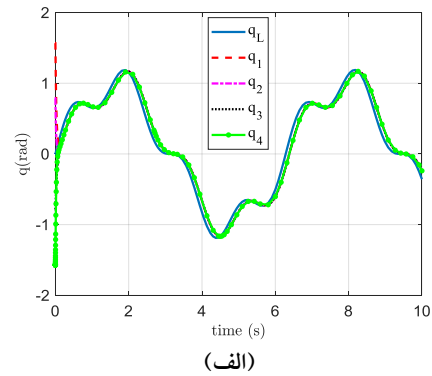
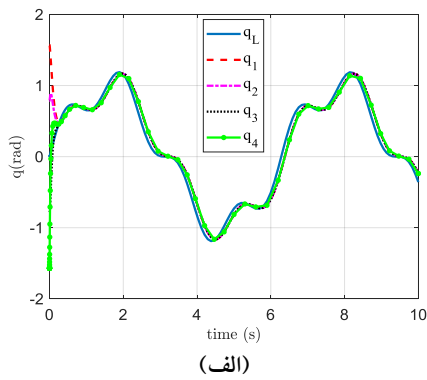


(الف)



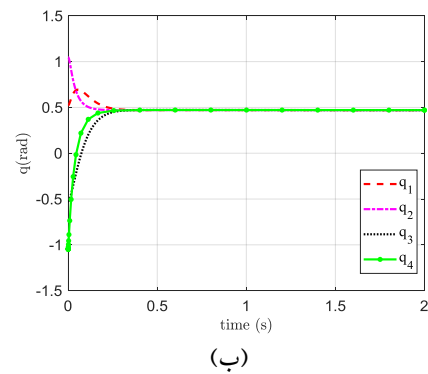
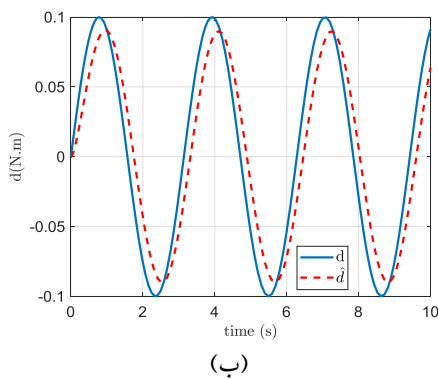
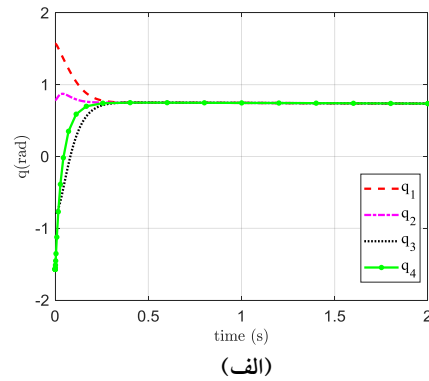
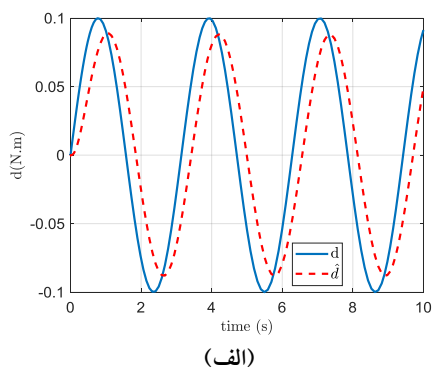
(ب)

شکل (۱): نتایج شبیه‌سازی در حالت وجود رهبر استاتیکی (الف) موقعیت مفاصل اول (ب) موقعیت مفاصل دوم



شکل (۵): نتایج شبیه سازی اثر اغتشاش خارجی (الف) موقعیت مفاصل اول (ب) موقعیت مفاصل دوم

شکل (۳): نتایج شبیه سازی در حالت وجود رهبر دینامیکی (الف) موقعیت مفاصل اول (ب) موقعیت مفاصل دوم



شکل (۶): تخمین اغتشاش در عامل شماره ۱ (الف) موقعیت مفصل اول (ب) موقعیت مفصل دوم

شکل (۴): نتایج شبیه سازی در حالت بدون رهبر (الف) موقعیت مفاصل اول (ب) موقعیت مفاصل دوم

در نتیجه، یکی از محدودیت‌های ساختار پیشنهادی آن است که در شبکه تحت رباتیک باید حتماً کلیه ربات‌ها دارای ساختار هندسی یکسانی باشند و در صورتی که ساختارهای هندسی آنها یکسان نباشد، برای استفاده از این روش باید حتماً ساختارهای هندسی ربات‌ها معلوم باشد. برای یک شبکه رباتیک با ساختارهای هندسی مختلف نامعلوم، لازم است عدم قطعیت سینماتیکی در تحلیل‌ها لحاظ شود و این موضوع در مطالعات آینده در دستور کار قرار خواهد گرفت. علاوه بر آن، پیاده‌سازی آزمایشگاهی ساختار پیشنهادی برای یک سیستم واقعی نیز در پژوهش‌های بعدی مدنظر قرار خواهد گرفت.

## مراجع

- [1] Ren, W. (2009). Distributed leaderless consensus algorithms for networked Euler-Lagrange systems. *International Journal of Control*, 82(11), 2137-2149, <https://doi.org/10.1080/00207170902948027>.
- [2] Tavakoli, M., Carriere, J., & Torabi, A. (2020). Robotics, smart wearable technologies, and autonomous intelligent systems for healthcare during the COVID-19 pandemic: An analysis of the state of the art and future vision. *Advanced intelligent systems*, 2(7), 2000071, <https://doi.org/10.1002/aisy.202000071>.
- [3] Motaharifar, M., Norouzzadeh, A., Abdi, P., Iranfar, A., Lotfi, F., Moshiri, B., ... & Taghirad, H. D. (2021). Applications of haptic technology, virtual reality, and artificial intelligence in medical training during the COVID-19 pandemic. *Frontiers in Robotics and AI*, 8, 612949, <https://doi.org/10.3389/frobt.2021.612949>.
- [4] Atashzar, S. F., Carriere, J., & Tavakoli, M. (2021). How can intelligent robots and smart mechatronic modules facilitate remote assessment, assistance, and rehabilitation for isolated adults with neuro-musculoskeletal conditions?. *Frontiers in Robotics and AI*, 8, 610529, <https://doi.org/10.3389/frobt.2021.610529>.
- [5] Nuño, E., Ortega, R., Barabanov, N., & Basañez, L. (2008). A globally stable PD controller for bilateral teleoperators. *IEEE Transactions on Robotics*, 24(3), 753-758, <https://doi.org/10.1109/TRO.2008.921565>.
- [6] Nuño, E., Basañez, L., Ortega, R., & Spong, M. W. (2009). Position tracking for non-linear teleoperators with variable time delay. *The International Journal of Robotics Research*, 28(7), 895-910, <https://doi.org/10.1177/0278364908099461>.
- [7] Motaharifar, M., Taghirad, H. D., Hashtrudi-Zaad, K., & Mohammadi, S. F. (2019). Control synthesis and ISS stability analysis of a dual-user haptic

از طرف دیگر، نتایج تخمین اغتشاش در عامل شماره ۱ نیز در شکل-الف برای مفصل اول و در شکل-ب برای مفصل دوم نشان داده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود مقدار اغتشاش تخمین زده شده توسط روی‌نگر اغتشاش با دقت پذیرفتنی به اغتشاش واقعی نزدیک است. نکته شایان توجه در این خصوص آن است که مقدار اندک خطا در تخمین اغتشاش توسط مکانیزم فیدبک جبران شده و در نهایت، همگرایی مناسب موقعیت‌ها اتفاق افتاده است.

## ۶- تشکر و قدردانی

این اثر تحت حمایت بنیاد ملی ایران (طرح شماره ۴۰۱۳۶۲۱) انجام شده است

## ۷- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، طراحی کنترل‌کننده برای یک سیستم چندعاملی با دینامیک اویلر - لاگرانژ در حضور عدم قطعیت بررسی شد. در این سیستم رابطه دینامیکی هر عامل از معادلات اویلر - لاگرانژ تبعیت می‌کند. علاوه بر آن، هر سیستم با سیستم‌های همسایه خود تبادل اطلاعات دارد و برای توصیف ارتباط بین عامل‌های مختلف از نظریه گراف‌ها استفاده می‌شود. هدف اصلی کلی همگرایی موقعیت کلیه عامل‌ها در دو حالت دارای رهبر و بدون رهبر است. برای رسیدن به این هدف در حضور عدم قطعیت، در این مقاله یک کنترل‌کننده مبتنی بر روی‌نگر اغتشاش معرفی شده است. نتایج شبیه‌سازی، نشان‌دهنده عملکرد پذیرفتنی روش پیشنهادی در همگرایی موقعیت عامل‌های مختلف در دو حالت بدون رهبر و دارای رهبر است.

با وجود آنکه براساس تحلیل‌های انجام‌شده، ساختار کنترلی ارائه‌شده در این مقاله می‌تواند برای مقابله با عدم قطعیت‌های دینامیکی مناسب باشد، نوع دیگری از عدم قطعیت موسوم به عدم قطعیت سینماتیکی در چارچوب پیشنهادی لحاظ نشده است. منظور از عدم قطعیت سینماتیکی، عدم قطعیت در هندسه ربات است و در سیستم‌های تحت شبکه، زمانی که ربات‌ها دارای ساختار هندسی یکسانی نباشند، می‌تواند موضوع مهمی باشد؛

applications to biochemical networks: An input-output approach. *IEEE transactions on Automatic Control*, 55(6), 1367-1379, <https://doi.org/10.1109/TAC.2010.2041974>.

- training system based on S-shaped function. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 24(4), 1553-1564, <https://doi.org/10.1109/TMECH.2019.2917448>.
- [8] Aldana, C. I., Tabarez, L., Nuño, E., & Romero, J. G. (2023). Leader-follower and leaderless pose consensus of robot networks with variable time-delays and without velocity measurements. *International Journal of Control*, 96(11), 2885-2897, <https://doi.org/10.1080/00207179.2022.2117086>.
- [9] Chopra, N., Spong, M. W., & Lozano, R. (2008). Synchronization of bilateral teleoperators with time delay. *Automatica*, 44(8), 2142-2148, <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2007.12.002>.
- [10] Nuño, E., Ortega, R., & Basañez, L. (2010). An adaptive controller for nonlinear teleoperators. *Automatica*, 46(1), 155-159, <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2009.10.026>.
- [11] Nuno, E., Ortega, R., Basanez, L., & Hill, D. (2011). Synchronization of networks of nonidentical Euler-Lagrange systems with uncertain parameters and communication delays. *IEEE Transactions on Automatic control*, 56(4), 935-941, <https://doi.org/10.1109/TAC.2010.2103415>.
- [12] Ghapani, S., Mei, J., Ren, W., & Song, Y. (2016). Fully distributed flocking with a moving leader for Lagrange networks with parametric uncertainties. *Automatica*, 67, 67-76, <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2016.01.004>.
- [13] Chen, W. H., Ballance, D. J., Gawthrop, P. J., & O'Reilly, J. (2000). A nonlinear disturbance observer for robotic manipulators. *IEEE Transactions on industrial Electronics*, 47(4), 932-938, <https://doi.org/10.1109/41.857974>.
- [14] Mohammadi, A., Tavakoli, M., & Marquez, H. J. (2011). Disturbance observer-based control of non-linear haptic teleoperation systems. *IET control theory & applications*, 5(18), 2063-2074, <https://doi.org/10.1049/iet-cta.2010.0517>.
- [15] Aboutalebian, B., Talebi, H. A., Etedali, S., & Suratgar, A. A. (2020). Adaptive control of teleoperation system based on nonlinear disturbance observer. *European Journal of Control*, 53, 109-116, <https://doi.org/10.1016/j.ejcon.2019.10.002>.
- [16] Li, S., Yang, J., Chen, W. H., & Chen, X. (2014). *Disturbance observer-based control: methods and applications*. CRC press.
- [17] Spong, M. W., Hutchinson, S., & Vidyasagar, M. (2020). *Robot modeling and control*. John Wiley & Sons..
- [18] Royden, H., & Fitzpatrick, P. M. (2010). *Real analysis*. China Machine Press.
- [19] Horn, R. A., & Johnson, C. R. (2012). *Matrix analysis*. Cambridge university press.
- [20] Olfati-Saber, R., & Murray, R. M. (2004). Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays. *IEEE Transactions on automatic control*, 49(9), 1520-1533, <https://doi.org/10.1109/TAC.2004.834113>.
- [21] Scardovi, L., Arcak, M., & Sontag, E. D. (2010). Synchronization of interconnected systems with

۹۶ کنترل همگام‌سازی مبتنی بر روی‌تگر اغتشاش در سیستم‌های چند عاملی با دینامیک اویلر - لاگرانژ در حضور عدم قطعیت‌های پارامتری و غیرپارامتری