



Computational Intelligence in Electrical Engineering  
Vol. 14, No. 1, 2023  
Research Paper

## Fuzzy fractional-order sliding mode control of COVID-19 virus variants

Hadi Delavari<sup>1\*</sup>, Amir Veisi<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Associate Professor, Department of Electrical Engineering, Hamedan University of Technology, Hamedan, Iran

<sup>2</sup> Graduate student, Department of Electrical Engineering, Hamedan University of Technology, Hamedan, Iran

### Abstract:

These days, one of the biggest challenges in the world is dealing with the outbreak of the Covid 19 virus. Recently, new variants of this virus have been identified that have a much higher rate of transmission. To effectively control and manage the spread of the disease, a clear understanding of its transmission dynamics and effective control techniques to reduce or inhibit the spread of the virus is necessary. Although vaccine production and distribution are currently underway, Non-Pharmacological Interventions (NPI) continue to be an important and fundamental strategy for controlling the spread of the virus in various countries around the world. In this paper, Covid 19 dynamics is modeled using four well-known categories (SEIR): Susceptible-Exposed-Infected-Recovered. Since the parameters of the model have uncertainty, a robust control method should be designed. In this paper, using fractional calculus and fuzzy logic, a robust fuzzy fractional-order sliding mode controller (FOFSMC) for Covid 19 dynamics is proposed, which aims to control the prevalence of the disease using NPI. The proposed method is implemented both on the integer and fractional order model. Finally, the performance of the proposed controller on the new variant of the Covid 19 virus with a faster disease transmission rate will be evaluated.

**Keywords:** Variant of Covid 19 virus, Fractional-order and integer SEIR model, Fractional-order sliding mode control, Fuzzy Logic.



This is an open access article under the CC BY-NC-ND/4.0/ License (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).



<https://doi.org/10.22108/isee.2021.128502.1467>

## کنترل فازی مد لغزشی مرتبه کسری ویروس کووید ۱۹ جهش یافته

هادی دلآوری<sup>۱\*</sup>، امیر ویسی<sup>۲</sup>

۱- دانشیار، گروه مهندسی برق - دانشگاه صنعتی همدان - همدان - ایران

delavari@hut.ac.ir

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی برق - دانشگاه صنعتی همدان - همدان - ایران

Amir.veisi96@gmail.com

**چکیده:** امروزه یکی از بزرگ‌ترین چالش‌های جهان، مقابله با شیوع ویروس کووید ۱۹ است. به تازگی انواع جهش‌یافته این ویروس شناسایی شده‌اند که سرعت انتقال به مراتب بالاتری دارند. برای کنترل و مدیریت مؤثر شیوع این بیماری، درک روشنی از دینامیک انتقال آن و تکنیک‌های کنترلی مؤثر برای کاهش یا مهار گسترش این ویروس لازم است. تولید و توزیع واکسن این بیماری در زمان حاضر در حال انجام است؛ اما مداخلات غیردارویی همچنان به عنوان یک استراتژی مهم برای کنترل شیوع ویروس در کشورهای مختلف همچنان در حال اجرا است. در این مقاله، دینامیک کووید ۱۹ با استفاده از چهار دسته‌بندی معروف مستعد، در معرض، مبتلا و بهبودیافته مدل شده است. با توجه به اینکه پارامترهای مدل دارای نامعینی‌اند، یک روش کنترلی مقاوم باید برای کنترل آن طراحی شود. در این مقاله با استفاده از حسابان کسری و منطق فازی، یک کنترل‌کننده فازی مد لغزشی مرتبه کسری مقاوم (FOFSMC) پیشنهاد شده است که هدف آن کنترل شیوع بیماری با استفاده از مداخلات غیردارویی است. روش پیشنهادی روی مدل مرتبه صحیح و مدل مرتبه کسری دینامیک کووید ۱۹ پیاده‌سازی شده است. در پایان عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی روی ویروس کووید جهش‌یافته ارزیابی خواهد شد.

**واژه‌های کلیدی:** کووید ۱۹ جهش‌یافته، مدل SEIR مرتبه صحیح و مرتبه کسری، کنترل‌کننده مد لغزشی مرتبه کسری، منطق فازی.

### ۱- مقدمه

مشکلات بیشتری را برای کشورهای مختلف ایجاد کرده است. طبق آمار سازمان بهداشت جهانی (WHO)، تا زمان نگارش این مقاله، بیماری کووید ۱۹ با بیش از صد و پنجاه میلیون مورد تأییدشده بیماری و بیش از سه میلیون و صد و هفتاد هزار نفر مرگ، بر کشورهای مختلف جهان تأثیر گذاشته است [۱]. شیوع عمده این ویروس در جهان باعث ایجاد پیامدهای ناگوار اجتماعی و اقتصادی زیادی در دنیا شده است. شیوع این بیماری به سرعت به یک بحران بهداشتی در سراسر جهان، تبدیل و منجر شد سازمان بهداشت جهانی ویروس کووید ۱۹ را در ۱۱ مارس ۲۰۲۰ یک ویروس همه‌گیر اعلام کند. هم‌اکنون برای این بیماری واکسن‌هایی در دست تولید و توزیع است؛ اما همچنان اجرای مداخلات غیردارویی به عنوان یک استراتژی مهم و

اولین نمونه بیماری کووید ۱۹ در سال ۲۰۱۹ در شهر ووهان کشور چین شناسایی شد. این ویروس به سرعت در کشورهای مختلف جهان شیوع پیدا کرد. امروزه یکی از بزرگ‌ترین چالش‌های جهان، سرعت انتقال شیوع این بیماری است. به تازگی نمونه‌های جهش‌یافته این ویروس

<sup>۱</sup> تاریخ ارسال مقاله: ۱۳/۰۲/۱۴۰۰

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴/۰۹/۱۴۰۰

نام نویسنده مسئول: هادی دلآوری

نشانی نویسنده مسئول: ایران - همدان - خیابان مردم - دانشگاه صنعتی همدان - دانشکده برق

است. در [۱۳] یک روش بهینه‌سازی با هدف کمینه‌کردن تابع هزینه اجتماعی اقتصادی برای محدودکردن انتقال بیماری مطالعه شده است. یک استراتژی کنترل پیش‌بین بهینه برای سیاست‌های فاصله‌گذاری اجتماعی - COVID-19 (SARS-CoV-2) در [۱۴] با هدف طراحی استراتژی مداخلات غیردارویی روشن - خاموش در نظر گرفته شده است. برای کنترل تعداد بیماران و مدیریت تعداد تخت‌های بخش مراقبت‌های ویژه (ICU) استفاده از کنترل‌کننده بنگ بنگ در [۱۵] بررسی شده است. در [۱۶] یک روش کنترلی مد لغزشی فازی برای تصمیم‌گیری قرنطینه روی مدل SQUEIAR بیماری کرونا پیاده‌سازی شده است.

در [۱۷] معیاری برای طراحی بهینه NPI با حداقل مدت زمان با در نظر گرفتن ظرفیت سیستم مراقبت‌های درمانی ارائه شده است. طراحی استراتژی‌های کنترلی غیرخطی برای کنترل بیماری‌های عفونی قابل شیوع، بدون در نظر گرفتن عدم قطعیت در پارامترهای مدل در [۱۸] و [۱۹، ۲۰] و [۲۱] ارائه شده است. در [۲۲] از یک الگوریتم ژنتیک برای یافتن پارامترهای مدل با استفاده از داده‌های واقعی استفاده شده است. در [۲۳]، از یک مدل ریاضی انتقال اپیدمی ویروس کرونا استفاده شده و با استفاده از LMI، یک کنترل‌کننده LPV مقاوم طراحی شده است که می‌تواند در انتخاب و استفاده از روش‌های مداخله مؤثر باشد. روش‌های متفاوت کنترلی روی مدل‌های مختلف دینامیکی انتقال ویروس انجام شده است که مدل‌سازی ریاضی شیوع ویروس‌ها در ابتدا در سال ۱۷۶۰ با ارائه مدل دینامیکی آبله آغاز شد؛ از آن زمان به بعد، مدل‌سازی به یک ابزار مهم در درک انتقال و کنترل بیماری‌های واگیردار تبدیل شده است [۲۴]. یک نقطه عطف در مدل‌سازی ریاضی و تجزیه و تحلیل دینامیک اپیدمی، معرفی روش مدل‌سازی مستعد - در معرض - متوفی (SER) با مطالعه دینامیک طاعون در هند بود [۲۵]. از آن زمان به بعد، رویکرد جدیدی نسبت به مدل‌سازی و تحلیل رفتار دینامیک شیوع بیماری‌های واگیردار در جهان آغاز شد. یکی از ساده‌ترین مدل‌های کلاسیک SIR است که تمام افراد جامعه را به سه دسته مستعد، مبتلا و بهبودیافته یا متوفی تقسیم می‌کند [۲۶]. با گذشت زمان و با توجه به دستیابی

اساسی در کشورهای مختلف در حال اجرا است. در این میان برای کاهش تعداد افراد مبتلا به بیماری، سیاست‌های متفاوتی همانند اعمال قوانین منع آمدوشد، رعایت فاصله اجتماعی و غیره برای اشیاع‌نشدن و مدیریت امکانات درمانی بیمارستان‌ها اتخاذ شده است. یکی از نگرانی‌های دولت‌ها اشیاع‌شدن امکانات بخش مراقبت‌های ویژه بیمارستان‌ها (ICU) است. استراتژی‌های اتخاذشده براساس مداخلات غیردارویی برای کنترل شیوع بیماری، شامل تعطیلی مدارس، دانشگاهها، تعطیلی مشاغل غیرضروری و غیره بوده [۲] که در کشورهای مختلف جهان اجرا شده است و در برخی کشورها مسافران واردشده از خارج از کشور به قرنطینه اجباری فرستاده شدند یا مرزها بسته شدند. برای تجزیه و تحلیل و پیش‌بینی بیماری کووید ۱۹ مدل‌های اپیدمیولوژیک متفاوتی ارائه شده‌اند [۳-۶]. با داشتن مدل‌های دقیق از شیوع بیماری می‌توان اطلاعاتی درباره سرعت انتقال و غیره دانست که این اطلاعات در ارزیابی مداخلات غیردارویی نقش بسزایی دارند. در ماه‌های اخیر مسئله تعیین سیاست مداخلات غیردارویی بسیار شایان توجه قرار گرفته است. به‌طور خاص، روش‌های مختلفی برای مسئله طراحی سیاست‌های NPI تحت محدودیت‌ها با استفاده از ابزارهای تئوری کنترل ارائه شده‌اند. یک کنترل‌کننده بهینه برای طراحی NPI با هدف کاهش ارتباط مابین افراد جامعه برای کاهش آلودگی و انتقال ویروس و اشیای آلوده در [۷] ارائه شده است. در [۸] یک روش کنترل مد لغزشی مرتبه کسری تطبیقی جدید برای اتخاذ تصمیمات غیردارویی پیشنهاد شده است. در [۹] یک مداخله بهینه با محدودیت زمانی برای کاهش اوج شیوع اپیدمی در مدل استاندارد مستعد، آلوده و بهبودیافته (SIR) بررسی شده است. در [۱۰] یک مدل اپیدمی برای بررسی دینامیکی انتقال بیماری‌های واگیردار از افراد ناقل و سیاست ردیابی تماس افراد و بستری‌شدن موارد آلوده بررسی شده است. یک استراتژی قرنطینه بهینه برای جلوگیری از گسترش ویروس کووید ۱۹ در [۱۱] بررسی شده است. با استفاده از مدل دینامیکی SEIHRD یک روش کنترلی در [۱۲] پیشنهاد شده که در آن هدف، محدودکردن تعداد افراد بستری‌شده در بیمارستان کمتر از یک حد آستانه مشخص

ترکیب شده است. استفاده از حسابان کسری ناحیه پایداری را افزایش خواهد داد. همچنین، مشتقات مرتبه کسری برخلاف مشتقات مرتبه صحیح، خاصیت حافظه بلندمدت دارند که در مواجهه با کووید ۱۹ این ویژگی مؤثر خواهد بود. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند روش پیشنهادی در مقابل افزایش ضریب شیوع بیماری در ویروس جهش‌یافته (نامعینی‌های پارامتری و غیره) مقاوم بوده است. نتایج عملکرد روش پیشنهادی با کنترل‌کننده مد لغزشی کلاسیک (SMC) و کنترل حلقه باز مقایسه شده‌اند. عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی برای ویروس جهش‌یافته نیز بررسی شده است. سایر بخش‌های مقاله در ادامه تشریح می‌شوند: در بخش ۲، آشنایی با حسابان کسری بررسی شده است. در بخش ۳، مدل دینامیکی ویروس کووید ۱۹ و بیان مسئله ارائه شده‌اند که در این بخش، ابتدا مدل شیوع بیماری بررسی می‌شود و در ادامه، هدف بیان مسئله و طرح چالش موجود در مقابله با شیوع بیماری ارائه می‌شوند. استراتژی کنترلی پیشنهادی و تحلیل پایداری در بخش ۴ ارائه شده‌اند. در بخش ۵، تجزیه و تحلیل پایداری روش کنترلی پیشنهادی آمده است و در بخش ۶، نتایج شبیه‌سازی برای استراتژی‌های مختلف کنترلی ارائه شده‌اند. در پایان، نتیجه‌گیری در بخش ۷ ارائه شده است.

از نوآوری‌ها و مزایای این مقاله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- طراحی کنترل‌کننده غیرخطی جدید هوشمند مرتبه کسری جدید با عملکرد بالا برای مدیریت تخت‌های مراقبت‌های ویژه در بیمارستان‌ها؛
- استفاده از کنترل‌کننده مبتنی بر حسابان کسری با حافظه بلندمدت با توجه به ویژگی‌های خاص ویروس کووید ۱۹؛
- جلوگیری از اشباع تخت‌های بیمارستانی در مواجهه با ویروس کووید ۱۹ و همچنین ویروس کووید ۱۹ جهش‌یافته؛
- استفاده از منطق فازی برای تنظیم هوشمند ضریب کنترل‌کننده.

به اطلاعات جدید از نحوه عملکرد شیوع بیماری‌های واگیردار، مدل‌های متفاوت و دقیق‌تری پیشنهاد و بررسی شد. این مدل‌ها افراد جامعه را به دسته‌های متفاوت‌تری تقسیم می‌کند. یکی از چالش‌های کنترل شیوع بیماری‌های واگیردار مانند کووید ۱۹ دوره نهفتگی بیماری است (شخص بیمار اطلاعی از آلوده شدن خود ندارد). در واقع، دوره نهفتگی بیماری زمان اولیه انتقال ویروس به یک فرد مستعد تا زمان بروز علائم و مثبت شدن نتیجه آزمایش آن فرد است. با توجه به سرعت بالای انتقال این ویروس و دوره نهفتگی آن و مطلع نبودن شخص بیمار از بیماری خود، تعدادی از افراد جامعه که با شخص آلوده شده در ارتباط‌اند، دچار آلودگی به ویروس خواهند شد که می‌توان این دسته از اشخاص را «در معرض» معرفی کرد. مدل SEIR افراد جامعه را به چهار دسته تقسیم می‌کند: مستعد، در معرض، مبتلایان و متوفی یا بهبودیافته [۲۷-۳۱]. امروزه مدل‌های دقیق‌تری نیز در دسترس است که پارامتر قرنطینه نیز در آن لحاظ شده است [۲۹-۳۳]. برای تشخیص سریع و کم هزینه بیماری کووید ۱۹ در افراد، روش‌های متفاوتی ارائه شده‌اند؛ از جمله در مراجع [۳۴-۳۵] استفاده از استنتاج فازی سوگنو نوع دوم و یادگیری عمیق برای تشخیص زودهنگام بیماری کووید ۱۹ پیشنهاد شده است که می‌تواند باعث صرفه‌جویی در وقت و هزینه شود.

در سال‌های اخیر حسابان کسری کاربردهای زیادی در علوم و مهندسی برای مدل‌سازی، کنترل و غیره پیدا کرده است. در مقاله حاضر، برای برآورده شدن استراتژی NPI در فواصل زمانی معین، میزان آستانه (بیشترین حد) افراد آلوده شده نسبت به یک حد معین محاسبه می‌شود. این محاسبه از طریق طراحی یک کنترل‌کننده فازی مد لغزشی مرتبه کسری (FOFSMC) براساس اندازه‌گیری موارد آلوده شده انجام می‌شود. در این مقاله از مدل SEIR برای محاسبه و پیشنهاد استراتژی NPI استفاده شده است. یک ویژگی بارز تکنیک پیشنهادی این است که به‌طور مستقیم توسط دو نتیجه مورد انتظار تنظیم می‌شود: آستانه جمعیت آلوده و میزان نزدیک شدن به آن.

در این مقاله، به دلیل مزایای مفید و مؤثر حسابان کسری، کنترل‌کننده فازی مد لغزشی با حسابان کسری

## ۲- آشنایی با حسابان کسری

برای تعریف اپراتور لاپلاس  $S$  در حسابان کسری، براساس تقریب اوستالوپ، تابع انتقال در حوزه فرکانس به صورت زیر تعریف می شود:

$$H(S) = S^q, q > 0 \quad (۶)$$

معادله (۶) با معادله (۷) به صورت زیر تقریب زده

$$H(S) \approx K \prod_{n=-N}^N \frac{1 + (S/\omega_{z,n})}{1 + (S/\omega_{p,n})}, \quad q > 0 \quad (۷)$$

که  $K$  بهره به دست آمده از دو طرف معادله (۷) با واحد  $2N + 1$   $(1 \text{ rad/s})$  است و تعداد قطبها و صفرها  $2N + 1$  است.  $\omega_{z,n}$  و  $\omega_{p,n}$  به صورت زیر تعریف می شوند

$$\omega_{z,n} = \omega_b \left( \frac{\omega_h}{\omega_b} \right)^{\frac{n+N+\frac{1-q}{2}}{2N+1}} \quad (۸)$$

$$\omega_{p,n} = \omega_b \left( \frac{\omega_h}{\omega_b} \right)^{\frac{n+N+\frac{1+q}{2}}{2N+1}} \quad (۹)$$

که  $\omega_b$  و  $\omega_h$  به ترتیب تخمین محدوده فرکانسی بالا و پایین اند. به طور کلی معادله را می توان به صورت  $K = \omega_h^q$  و  $\omega_b \omega_h = 1$  تعریف کرد.

## ۳- مدل دینامیکی ویروس کووید ۱۹

## ۳-۱- مدل اپیدمیولوژیک SEIR مرتبه صحیح

در این مقاله مدل دینامیکی رفتار شیوع برای بیماری های واگیردار به چهار قسمت تقسیم شده است: مستعد، در معرض، آلوده شده و بهبود یافته. مقادیر پارامترها در جدول ۱ آمده است. عملکرد معمول غیر خطی  $\varphi(S, E, I, R)$  به عنوان میزان بروز بیماری شناخته می شود. زمانی که  $\varphi(S, E, I, R) = \beta S(t)I(t)$  است، گفته می شود نرخ بروز دو خطی است. وقتی  $\varphi(S, E, I, R) = \frac{\beta S(t)I(t)}{N}$  است، گفته می شود نرخ بروز استاندارد است که در آن  $\beta$  ثابت انتقال است (برای مثال، تعداد کل بیماری های

در حسابان کسری مشتق و انتگرال مرتبه کسری توسط عملگر پایه به صورت  ${}_a D_t^q$  ( $q \in R$ ) تعریف می شود که در آن  $a$  و  $t$  محدوده های عملگر هستند. عملگر مشتق و انتگرال مرتبه کسری پیوسته به صورت زیر تعریف می شوند [۳۶]:

$${}_a D_t^q = \begin{cases} \frac{d^q}{dt^q} & \text{Re}(q) > 0 \\ 1 & \text{Re}(q) = 0 \\ \int_a^t (d\tau)^q & \text{Re}(q) < 0 \end{cases} \quad (۱)$$

برخی از تعاریف برای حسابان کسری عبارت اند گرانوالد-لینکوف GL، ریمان-لیویل RL و کپوتو Caputo. تعریف مشتق GL بر حسب مرتبه  $q$  به صورت زیر تعریف می شود:

$${}_a^L D_t^q f(t) = \quad (۲)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^q} \sum_{j=0}^{[(t-a)/h]} (-1)^j \binom{q}{j} f(t - jh)$$

که در رابطه (۲)  $h$  افزایش زمان است،  $[(t-a)/h]$

قسمت مرتبه صحیح است و

$$\binom{q}{j} = \frac{\Gamma(q+1)}{\Gamma(j+1)\Gamma(q-j+1)} \quad (۳)$$

که  $\Gamma$  تابع گاما است. مشتق RL بر حسب مرتبه  $q$  به صورت زیر تعریف می شود:

$${}_a^{RL} D_t^q f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-q)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t \frac{f(\tau) d\tau}{(t-\tau)^{q-n+1}}, n - \quad (۴)$$

$$1 < q < n$$

که  $n$  اولین عدد مرتبه صحیح بزرگ تر از  $q$  است. مشتق کپوتو بر حسب مرتبه  $q$  به صورت زیر تعریف می شود:

$${}_a^C D_t^q f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-q)} \int_a^t (t-\tau)^{q-n+1} f^n(\tau) d\tau, n - 1 < q < n \quad (۵)$$

ضریبی از افراد مبتلا به بیماری است که بعد از گذشت یک زمان متوسط به بخش افراد بهبودیافته منتقل خواهند شد و نرخ از افراد بهبودیافته است که در گذر زمان به دلیل ایمنی کم یا سایر موارد مربوط به سلامتی، دوباره به چرخه افراد مستعد باز خواهند گشت [۱۸]. فرض بر این است که یک سیاست مداخله می‌تواند به گونه‌ای اجرا شود که میزان تماس بین افراد مستعد و مبتلا کاهش یابد؛ بنابراین،  $\beta$  می‌تواند با  $(1 - u(t))\beta$  در شرایط  $u(t) \in [U_{min}, U_{max}]$  و  $0 \leq U_{min} < U_{max} \leq 1$  جایگزین شود [۱۷، ۳۸]. این فرمول منجر به مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیل زیر با شرایط اولیه غیرمنفی می‌شود:

$$\frac{d}{dt}S(t) = -\varphi(S, E, I, R)(1 - u(t)) + \xi R(t) \quad (10)$$

$$\frac{d}{dt}E(t) = \varphi(S, E, I, R)(1 - u(t)) - \lambda E(t) \quad (11)$$

$$\frac{d}{dt}I(t) = \lambda E(t) - \gamma I(t) \quad (12)$$

$$\frac{d}{dt}R(t) = \gamma I(t) - \xi R(t) \quad (13)$$

پس کل جمعیت با  $S(t) + E(t) + I(t) + R(t) = N$  به دست می‌آید. علاوه بر این، مدل را می‌توان با توجه به اندازه جمعیت نرمالیزه کرد  $(s(t) = \frac{S(t)}{N}, e(t) = \frac{E(t)}{N}, i(t) = \frac{I(t)}{N}, r(t) = \frac{R(t)}{N})$  که کسری از جمعیت را در هر قسمت نشان می‌دهد که به یک نسخه نرمال از مدل منجر می‌شود (۱۰-۱۳).

### ۳-۲- بیان مسئله

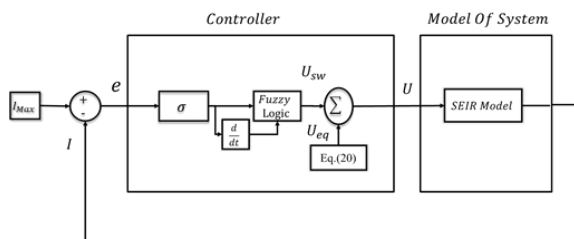
اگر تعداد موارد مبتلایان از حد آستانه خاصی بیشتر باشد، ظرفیت سیستم‌های بهداشتی درمانی ممکن است اشباع شود. سپس با فراتر رفتن از تعداد تخت‌های ICU موجود، کیفیت خدمات درمانی که به افراد ارائه می‌شود رو به وخامت می‌رود و در نتیجه، تعداد مرگ‌ومیر ممکن است به طرز چشمگیری افزایش یابد. در بسیاری از کشورها اقدامات متنوعی با هدف کاهش منحنی بیماری و «کاهش سرعت» پیشرفت بیماری انجام شده است. براساس این

جدید در واحد زمان در زمان  $t$  برابر  $\frac{\beta S(t)I(t)}{N}$  برای میزان بروز استاندارد بیماری است) [۱۸]. پارامتر  $\beta$  متوسط تعداد تماس بین افراد مستعد  $(S(t))$  بیماری در واحد زمان است [۳۷]. سپس  $S(t) / N$  نشان‌دهنده تعداد موارد جدید در واحد زمان است که از  $S(t)$  برداشته شده است و در قسمت  $(E(t))$  قرار می‌گیرد. افراد در  $(E(t))$  با این بیماری تماس داشتند؛ اما هنوز آلوده نشده‌اند. بعد از زمان متوسط  $1/\lambda$  روز، فردی که در  $(E(t))$  قرار دارد به بخش مبتلایان (آلوده‌شده) منتقل می‌شود. در نهایت، بعد از تعداد متوسط  $1/\gamma$  روز، فرد مبتلا شده به بخش بهبودیافته‌ها  $(R(t))$  منتقل می‌شود که  $\xi$  میزان افراد بهبودیافته است که در گذر زمان به دلیل ایمنی کم یا سایر موارد مربوط به سلامتی، دوباره به چرخه افراد مستعد باز خواهند گشت [۱۸].  $S(t)$  افراد مستعد در جامعه است. در ابتدای شیوع ویروس تمامی افراد جامعه مستعد مبتلا شدن به ویروس خواهند بود که به مرور زمان عده‌ای از افراد به بیماری مبتلا خواهند شد یا بهبود خواهند یافت که دیگر در دسته افراد مستعد قرار نخواهند گرفت. نکته: افراد بهبودیافته می‌توانند دوباره به چرخه ابتلا به بیماری بازگردند. رابطه مدل‌سازی شده ریاضی افراد مستعد در فرمول (۱۰) نمایش داده شده است.  $E(t)$  نشان‌دهنده افراد در معرض در سطح جامعه است. در فرمول (۱۱) میزان افراد در معرض جامعه معرفی شده است. در کل افراد در معرض را می‌توان به افرادی تعریف کرد که با بیماری تماس داشته‌اند، اما هنوز مبتلا نشده‌اند. افراد قرارگرفته در گروه در معرض‌ها پس از گذشت دوره نهفتگی بیماری و با بروز علائم ویروس به دسته افراد مبتلا اضافه خواهند شد. دوره نهفتگی بیماری پارامتر  $\lambda$  نشان شده است که بیان‌کننده زمان دوره نهفتگی بیماری است. در واقع، پس از گذشت زمان متوسط  $1/\lambda$  روز، فرد در معرض به بخش مبتلایان (آلوده‌شده) منتقل خواهد شد.  $I(t)$  افراد مبتلا در فرمول (۱۲) مدل‌سازی و معرفی شده است. درصدی از افراد مبتلا پس از گذشت یک زمان متوسط به بخش بهبودیافته‌ها انتقال پیدا خواهند کرد که این زمان با پارامتر  $1/\gamma$  معرفی خواهد شد. برای کاهش میزان شیوع بیماری، باید میزان ارتباط بین افراد مستعد و مبتلایان در سطح جامعه کاهش یابد.  $R(t)$  یک رابطه شامل

سیستم و اغتشاشات خارجی است و همچنین سادگی درخور قبولی در طراحی دارد. بلوک دیاگرام کنترل حلقه بسته در شکل (۱) نمایش داده شده است.

#### ۴-۱- طراحی کنترل کننده مد لغزشی مرتبه کسری

براساس مطالب فوق خطای مورد نیاز روش کنترل کننده مد لغزشی را می توان به صورت (۱۵) تعریف کرد:



شکل (۱): بلوک دیاگرام کنترل حلقه بسته

$$e(t) = I(t) - I_{max} \quad (15)$$

در این مقاله یک سطح لغزش مرتبه کسری به صورت (۱۶) پیشنهاد می شود:

$$\sigma(t) = e(t) + C_1 \frac{d}{dt} e(t) + C_2 D^{-q} e(t) + C_3 D^{1-q} e(t) \quad (16)$$

که در آن  $C_1, C_2, C_3 > 0$  و  $q$  مرتبه کسری است. اقدام کنترلی پیشنهادی به صورت (۱۷) است:

$$u(t) = \begin{cases} u_{eq}(t) + u_f^{sw}(t) & \text{if } I(t) < I_{max} \\ U_{max} & \text{if } I(t) \geq I_{max} \end{cases} \quad (17)$$

در روش کنترلی مد لغزشی پس از تعیین سطح لغزش برای یافتن قانون کنترل باید از سطح لغزش تعیین شده مشتق گرفته و برابر صفر قرار داده شود (۱۸):

$$\frac{d}{dt} \sigma(t) = -\frac{d}{dt} I(t) - C_1 \lambda \frac{d}{dt} E(t) + C_1 \gamma \frac{d}{dt} I(t) + C_2 \frac{d}{dt} D^{-q} e(t) + C_3 \frac{d}{dt} D^{1-q} e(t) \quad (18)$$

قانون کنترل کلی به صورت زیر تعریف می شود:

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_f^{sw}(t) \quad (19)$$

مشاهده می توان محدودیت زیر را تنظیم کرد [۶]:

$$I(t) \leq I_{max} \quad (14)$$

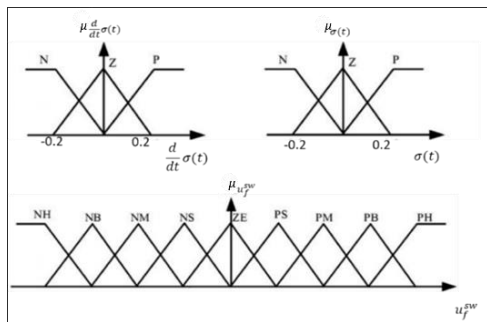
که  $I_{max}$  مقداری است که توسط مسئولان بهداشت و درمان ارائه می شود؛ به طوری که اطمینان حاصل می کند سیستم مراقبت های درمانی کافی خواهد بود. سپس طراحی  $u(t)$  به عنوان سیاست  $NPI$  مورد نیاز است. مقدار  $I_{max}$  به عنوان تعداد تخت های موجود در بخش مراقبت های ویژه بیمارستانی می تواند با توجه به امکانات هر کشور تعیین شود. پارامتر اساسی و مهم برای تصمیم گیری در راستای مداخلات غیردارویی  $u(t)$  است که از طریق روش کنترلی پیشنهادی در زمان های متفاوت محاسبه و به سیستم اعمال می شود. این پارامتر براساس درصد است که از آن به عنوان میزان درصد قرنطینه و محدودیت های اجتماعی نام برده می شود.

#### ۴- استراتژی کنترل پیشنهادی

طرح کنترل پیشنهادی براساس تنظیم ورودی کنترلی  $u(t)$  با توجه به تکامل افراد بیمار  $I$  است. این ایده باعث تحقق محدودیت (۱۴) و کاهش خطر افول سیستم های مراقبت های درمانی می شود. در مدل دینامیکی شیوع ویروس کووید ۱۹ پارامترهایی وجود دارند که تعیین دقیق آنها برای هر کشور و هر جامعه ای با مشکلات بسیاری روبه رو خواهد بود. شیوع ویروس از طریق فرد به فرد انتقال می یابد. در واقع شیوع این ویروس می تواند نامعینی پارامتری زیادی داشته باشد که پیش بینی نمی شود. همچنین، جهش های اخیر این ویروس دارای نامعینی های بسیاری است که مدل سازی دقیق رفتار این ویروس را بسیار مشکل کرده و ممکن است در آینده نیز جهش های دیگر این ویروس، پارامترهای نامشخص و تغییرات ناگهانی داشته باشد؛ بنابراین، در این شرایط نامعینی ها، مهم ترین بحث طراحی صحیح میزان دقیق قرنطینه (سیگنال کنترل) با توجه به زمان است که محدودیت های اجتماعی و قرنطینه منصفانه و مهندسی شده باشد که مشکلات و عوارض اجتماعی و اقتصادی ناشی از قرنطینه را کاهش دهد. روش مد لغزشی دارای مزیتی همچون مقاومت در برابر نامعینی پارامتری

- Rule 1: if  $\sigma(t)$  is P and  $\frac{d}{dt}\sigma(t)$  is P then  $K_{Fuzzy}$  is NH  
 Rule 2: if  $\sigma(t)$  is P and  $\frac{d}{dt}\sigma(t)$  is Z then  $K_{Fuzzy}$  is NB  
 Rule 3: if  $\sigma(t)$  is P and  $\frac{d}{dt}\sigma(t)$  is N then  $K_{Fuzzy}$  is NM  
 Rule 4: if  $\sigma(t)$  is Z and  $\frac{d}{dt}\sigma(t)$  is P then  $K_{Fuzzy}$  is NS  
 Rule 5: if  $\sigma(t)$  is Z and  $\frac{d}{dt}\sigma(t)$  is Z then  $K_{Fuzzy}$  is ZE  
 Rule 6: if  $\sigma(t)$  is Z and  $\frac{d}{dt}\sigma(t)$  is N then  $K_{Fuzzy}$  is PS  
 Rule 7: if  $\sigma(t)$  is N and  $\frac{d}{dt}\sigma(t)$  is P then  $K_{Fuzzy}$  is PM  
 Rule 8: if  $\sigma(t)$  is N and  $\frac{d}{dt}\sigma(t)$  is Z then  $K_{Fuzzy}$  is PB  
 Rule 9: if  $\sigma(t)$  is N and  $\frac{d}{dt}\sigma(t)$  is N then  $K_{Fuzzy}$  is PH

که NH, NB, NM, NS, ZE, PS, PM, PB, PH و PB, PM, PS, ZE, NS, NM, NB, NH اصطلاحات زبانی مجموعه فازی اند که منظور از آنها به ترتیب منفی خیلی بزرگ، منفی بزرگ، منفی متوسط، منفی کوچک، صفر، مثبت کوچک، مثبت متوسط، مثبت بزرگ و مثبت خیلی بزرگ است. توابع عضویت فازی در شکل (۳) نمایش داده شده‌اند.



شکل (۳): توابع عضویت فازی

## ۵- تجزیه و تحلیل پایداری

در این بخش هدف بررسی و تجزیه و تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته با استفاده از قانون کنترل پیشنهادی است. در اینجا برای اثبات پایداری از روش لیاپانوف استفاده می‌شود. تابع کاندید لیاپانوف پیشنهادی در (۲۲) آمده است:

برای یافتن قانون کنترلی معادل  $u_{eq}(t)$  از فرمول (۱۸) باید  $\frac{d}{dt}\sigma(t) = 0$  محاسبه شود. در نتیجه، با ساده‌سازی فرمول (۱۸) می‌توان یک قانون کنترل مرتبه کسری به صورت (۲۰) به دست آورد:

$$u_{eq}(t) = 1 - \frac{N}{\beta S(t)I(t)} \left( E(t) \left( \gamma - \frac{1}{c_1} + \lambda \right) - \left( \frac{\gamma^2}{\lambda} - \frac{\gamma}{c_1 \lambda} \right) I(t) + \frac{1}{c_1 \lambda} \left( C_2 \frac{d}{dt} D^{-q} e(t) + C_3 \frac{d}{dt} D^{1-q} e(t) \right) \right) \quad (20)$$

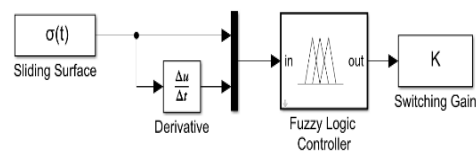
قانون کنترل سویچینگ را می‌توان به صورت (۲۱) در نظر گرفت:

$$u_f^{sw}(t) = K_{Fuzzy} \quad (21)$$

که در آن، قانون کنترل سویچینگ به صورت هوشمند با قوانین منطق فازی محاسبه می‌شود.

## ۴-۲- منطق فازی

ترکیبی از استراتژی کنترل فازی با کنترل‌کننده مد لغزشی مرتبه کسری به یک رویکرد عملی برای حفظ مزایای این دو روش تبدیل می‌شود. از کنترل‌کننده فازی برای تنظیم هوشمند قانون کنترل سویچینگ با توجه به مقدار سطح لغزش و مشتق سطح لغزش استفاده می‌شود و مقدار آن با توجه به دینامیک سیستم تغییر خواهد کرد که باعث افزایش مقاومت کنترل‌کننده پیشنهادی در مقابل نامعینی‌ها نیز خواهد شد. شماتیک کنترل‌کننده فازی در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل (۲): شماتیک کنترل‌کننده فازی

مطابق شکل (۲)، کنترل‌کننده فازی دارای دو ورودی ۱- سطح لغزش  $\sigma(t)$  و ۲- مشتق سطح لغزش  $\frac{d}{dt}\sigma(t)$  است. قواعد (اگر و آنگاه) کنترل‌کننده فازی به صورت زیر تعریف می‌شوند [۳۹]:



کنترل فازی مد لغزشی مرتبه کسری ویروس کووید ۱۹ جهش یافته

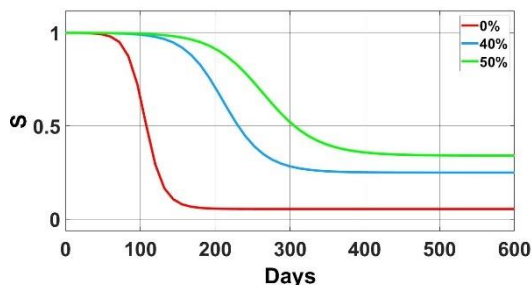
شرایط ایدئال فرض می‌شود. در این چارچوب، تعداد مبتلابان به‌طور مداوم، گزارش و قانون کنترل ایدئال اعمال می‌شود. سپس در بخش بعدی شبیه‌سازی برای یک کنترل حلقه باز با سیستم کنترلی حلقه بسته مقایسه شده است تا کاربرد روش پیشنهادی را نشان دهد. مقادیر پارامترهای مدل سیستم و کنترل‌کننده در جدول ۱ آمده است که مقادیر مدل سیستم با مقادیر معمول بیماری همخوانی دارند [۴]. شرایط اولیه  $(I_0, E_0, R_0) = (10, 300, 0)$  و  $S_0 = N - I_0 - E_0 - R_0$  انتخاب شده‌اند. تعداد کل تخت‌های ICU که توسط دولت آرژانتین گزارش شده، با پارامتر  $I_{max}$  معرفی شده است. به هر حال،  $I_{max}$  می‌تواند به‌صورت دوره‌ای و با توجه به در دسترس بودن امکانات در سیستم مراقبت‌های درمانی و تغییرات نسبت اشغال تخت در ICU برای کشورهای مختلف به‌روز شود.

جدول (۱): مقادیر پارامترها

مقادیر	پارامتر
1/14 day <sup>-1</sup>	$\gamma$
1/5.1 day <sup>-1</sup>	$\lambda$
0.22 day <sup>-1</sup>	$\beta$
10, 15, 22	$C_1, C_2, C_3$

## ۶-۱- بررسی رفتار کنترل‌کننده حلقه باز

شبیه‌سازی با مدل SEIR توسط کنترل‌کننده حلقه باز به‌ازای  $u(t)$ های متفاوت (میزان درصد قرنطینه) در شکل (۴) نشان داده شده است.



شکل (۴): سیر زمانی افراد مستعد

$$V(t) = \frac{1}{2} \sigma(t)^2 \quad (22)$$

با مشتق‌گرفتن از (۲۲) رابطه (۲۳) را خواهیم داشت:

$$\frac{d}{dt} V(t) = \sigma(t) \frac{d}{dt} \sigma(t) \quad (23)$$

با جایگذاری رابطه (۱۸) در (۲۲) معادله (۲۴) به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} V(t) = \sigma(t) & \left( -(1 - C_1 \gamma) (\lambda E(t) - \right. \\ & \left. \gamma I(t)) - C_1 \lambda \left[ \frac{(1-u(t)) \beta S(t) I(t)}{N} - \lambda E(t) \right] + \right. \\ & \left. C_2 \frac{d}{dt} D^{-q} e(t) + C_3 \frac{d}{dt} D^{1-q} e(t) \right) \end{aligned} \quad (24)$$

حال با جایگذاری قانون کنترلی به‌دست آمده از فرمول (۱۹) در (۲۴) و با اعمال ساده‌سازی اولیه، رابطه (۲۵) را خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} V(t) = \sigma(t) & \left( C_1 \lambda \gamma E(t) - C_1 \gamma^2 I(t) - \right. \\ & \left. \lambda E(t) + \gamma I(t) + C_2 \frac{d}{dt} D^{-q} e(t) + \right. \\ & \left. C_3 \frac{d}{dt} D^{1-q} e(t) - C_1 \lambda \left[ -\lambda E(t) + \right. \right. \\ & \left. \frac{\beta S(t) I(t)}{N} \left( 1 - \left( 1 - \frac{N}{\beta S(t) I(t)} \left( E(t) \left( \gamma - \frac{1}{c_1} + \right. \right. \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \left. \left. \lambda \right) - \left( \frac{\gamma^2}{\lambda} - \frac{\gamma}{c_1 \lambda} \right) I(t) + \frac{1}{c_1 \lambda} \left( C_2 \frac{d}{dt} D^{-q} e(t) + \right. \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \left. \left. C_3 \frac{d}{dt} D^{1-q} e(t) - K_{Fuzzy} \right) \right) \right) \right) \right) \right) = \\ & \left. \sigma(t) (K_{Fuzzy}) \leq 0 \right) \end{aligned} \quad (25)$$

همان‌طور که در قوانین فازی آمده است، خروجی منطق فازی در اینجا با پارامتر  $K_{Fuzzy}$  مشخص شده است. با جایگذاری خواهیم داشت:

$$\frac{d}{dt} V(t) = K_{Fuzzy} \sigma(t) \leq 0 \quad (26)$$

با توجه به جدول قواعد فازی بیان‌شده در بخش ۲-۴ و رابطه (۲۶) و با توجه به قضیه لیپانوف پایداری سیستم حلقه بسته تضمین می‌شود.

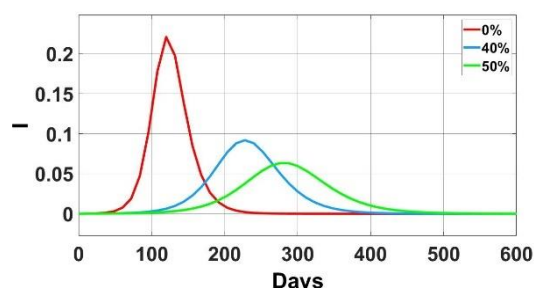
## ۶- شبیه‌سازی

ابتدا برای نشان‌دادن ویژگی‌های روش پیشنهادی، یک

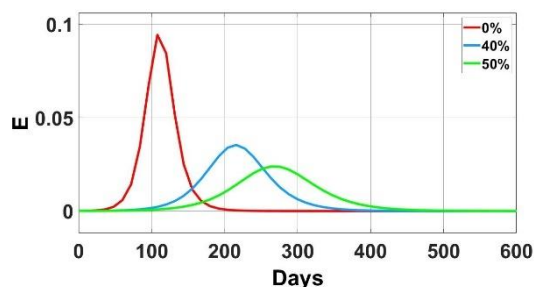
## ۶-۲- بررسی و مقایسه عملکرد کنترل کننده

### پیشنهادی در شرایط عادی

روش پیشنهادی و مقایسه آن با سیستم حلقه باز و کنترل کننده مد لغزشی کلاسیک (SMC) در شکل های (۹-۷) نمایش داده شده است که به ترتیب سیر زمانی افراد مستعد، در معرض و مبتلایان را نشان خواهد داد. در روش پیشنهادی، روش کنترل کننده مد لغزشی با به کارگیری حسابان مرتبه کسری و منطق فازی توانسته است مقاومت بودن و عملکرد سیستم را افزایش دهد؛ بنابراین، طبق تصاویر نشان داده شده، می توان نتیجه گرفت تعداد افراد مستعد در سیر زمانی باید با سرعت کمتری به صفر میل کنند؛ زیرا زمانی که فرد مستعدی در جامعه وجود ندارد دو برداشت می توان داشت: ۱- واکسن یا مداخلات دارویی صورت گرفته است که افراد جامعه در مقابل این بیماری مقاوم شده اند که به طبع فرد مستعدی دیگر وجود نخواهد داشت. ۲- تصمیمات اتخاذ شده برای کنترل شیوع بیماری به شکل قرنطینه صددردصد یا به عبارت دیگر قرنطینه کامل صورت گرفته است که در عمل چنین حالتی ممکن نخواهد بود؛ زیرا این تصمیم در طول زمان باعث ایجاد پیامدهای نامطلوبی مانند بحران های اجتماعی، اقتصادی و غیره می شود. همچنین، در این مقاله هدف بررسی یک روش غیرخطی برای کنترل شیوع بیماری با مداخلات غیردارویی بوده است. همان طور که در شکل (۷) نشان داده شده است، روش پیشنهادی در مقایسه با کنترل کننده مد لغزشی کلاسیک عملکرد بهتری داشته است. از آنجایی که تمامی افراد جامعه می توانند مستعد مبتلا شدن به بیماری باشند، پس در ابتدا خروجی از ۱ (به معنی ۱۰۰ درصد جامعه) شروع و رو به کاهش می رود. کنترل کننده پیشنهادی با سرعت و شیب کمتری کاهش یافته است و این یعنی تعداد افراد جامعه با سرعت کمتری به دسته افراد در معرض یا مبتلا و غیره انتقال پیدا می کنند (طبق رابطه  $S(t) / N \beta I(t)$ ).

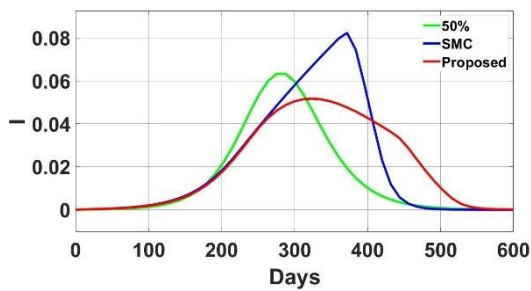


شکل (۵): سیر زمانی افراد مبتلا

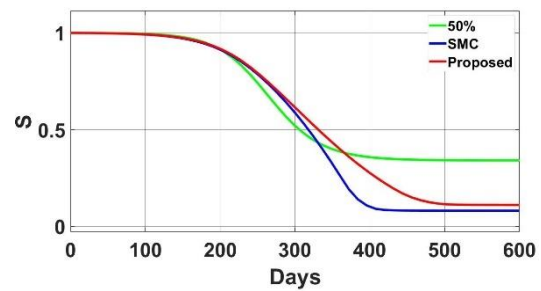


شکل (۶): سیر زمانی افراد در معرض

همان طور که در شکل های (۴-۶) نمایش داده شده است، سیستم حلقه باز با اعمال  $u(t)$  از ۰ درصد تا ۵۰ درصد میزان تعداد افراد مبتلا و در معرض کاهش پیدا کرده است که نشان دهنده پیشرفت سیستم حلقه باز است. پس می توان نتیجه گرفت با تغییر ورودی کنترلی  $u(t)$ ، سطح تعداد افراد در معرض و مبتلا کاهش می یابد. همان طور که در بالا توضیح داده شد،  $u(t)$  به عنوان درصدی از اعمال قوانین قرنطینه و محدودیت های شهری معرفی شده است. در اینجا عملکرد مدل سیستم به ازای اعمال مقادیری ثابت از قوانین محدودیتی بررسی شده است. منظور از اعمال درصد قرنطینه و محدودیت ثابت، اعمال درصد ثابتی از محدودیت ها بدون در نظر گرفته شدن تعداد بیماران در هر لحظه (نامتغیر با زمان) است. همان طور که می دانیم سیستم کنترلی حلقه باز به علت نداشتن هیچگونه فیدبکی از خروجی، کارایی و بازده مناسبی ندارد؛ زیرا ممکن است خروجی در شرایطی با تغییر پارامترهای سیستم تغییر کند (کاهش یا افزایش یابد) که در این صورت ورودی سیستم همیشه ثابت خواهد ماند و نمی توان مقدار ورودی را برای کنترل مناسب و دقیق تر تغییر داد. برای اخذ تصمیمات درست، باید با توجه به شرایط موجود در هر بازه زمانی این تصمیمات به روز شوند.

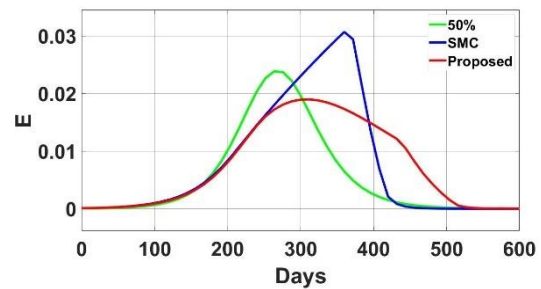


شکل (۹): سیر زمانی افراد مبتلا



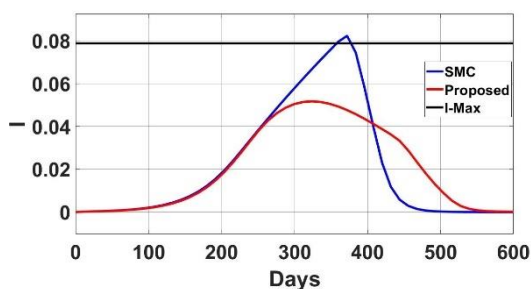
شکل (۷): سیر زمانی افراد مستعد

در روش پیشنهادی ارائه شده این امکان وجود دارد که با توجه به شرایط موجود و محدودیت‌هایی مانند کمبود امکانات (تخت مراقبت‌های ویژه، محدودیت کادر درمان و غیره) حد کنترلی سیستم ( $I_{max}$ ) با توجه به نیازمندی‌ها تغییر کند و سطح شیوع بیماری کنترل شود. همان‌طور که در شکل (۱۰) نشان داده شده است، خط مشکی رنگ نشان‌دهنده حداکثر میزان تخت‌های بیمارستانی مراقبت‌های ویژه است که برای مقایسه، تصاویر پس از نرمالیزه شدن نمایش داده شده‌اند. هدف اصلی این مقاله برآورده شدن فرمول (۱۴) مقاله است. همان‌طور که در فرمول (۱۴) و در متن مقاله توضیح داده شد، هدف کنترل شیوع بیماری است؛ به طوری که در هیچ بازه زمانی تعداد بیماران از تعداد تخت‌های مراقبت‌های ویژه تجاوز نکند (از به اشباع رسیدن تخت‌ها جلوگیری شود).



شکل (۸): سیر زمانی افراد در معرض

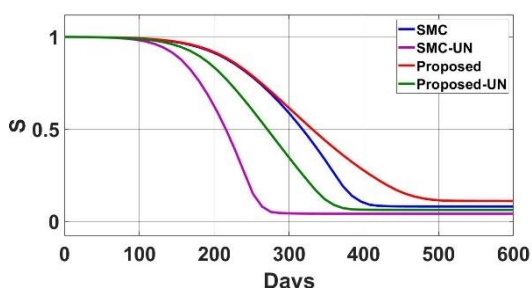
افراد در معرض طی گذشت ۶۰۰ روز در شکل (۸) نشان داده شده‌اند. همان‌طور که در شکل (۸) نشان داده شده است، بیشترین میزان افراد در معرض قرارگرفته در کنترل‌کننده پیشنهادی تقریباً ۰/۰۱۸ درصد از جامعه بوده است که در مقایسه با روش‌های بیان‌شده نشان‌دهنده عملکرد مناسب این روش است. کاهش افراد در معرض به‌طور مستقیم باعث کاهش افراد مبتلا در جامعه می‌شود. همان‌طور که در شکل‌های (۸) و (۹) نمایش داده شده است، روش پیشنهادی حلقه بسته (FOFSMC) می‌تواند کنترل دقیق‌تر و مقاوم‌تری داشته باشد. روش پیشنهادی توانسته است سطح افراد در معرض و مبتلایان جامعه را کاهش دهد و اگر مقدار پارامترهای مدل سیستم تغییر کند (کاهش / افزایش یابد) مقدار ورودی کنترلی مدل سیستم نیز تغییر خواهد کرد. تعداد افراد مبتلای جامعه در شکل (۹) نشان داده شده است. روش پیشنهادی ارائه شده در مقایسه با روش‌های بیان‌شده، تعداد افراد مبتلای کمتری را شامل می‌شود. افزایش آبی بیماران، بازده عملکرد کادر درمان را کاهش می‌دهد. در کنترل‌کننده پیشنهادی شیب افزایش افراد مبتلا کمتر بوده است که باعث جلوگیری از کاهش بازده در خدمات‌رسانی کادر درمان و غیره می‌شود.



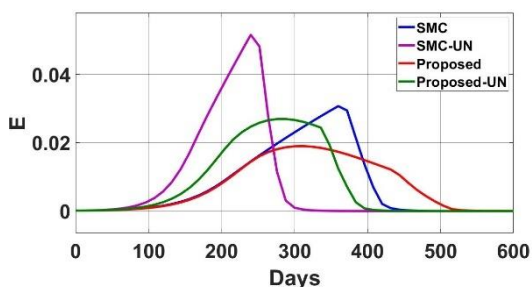
شکل (۱۰): مقایسه عملکرد روش‌های بیان‌شده در برابر میزان تخت‌های مراقبت‌های ویژه بیمارستانی

همان‌طور که در شکل (۱۰) مشخص است، روش پیشنهادی از به اشباع رسیدن تخت‌ها جلوگیری می‌کند و فرمول (۱۴) تحقق می‌یابد. در روش پیشنهادی در هیچ بازه زمانی تعداد افراد بیمار در سطح جامعه از تعداد تخت‌ها بیشتر نمی‌شود؛ اما در روش مد لغزشی کلاسیک تعداد افراد

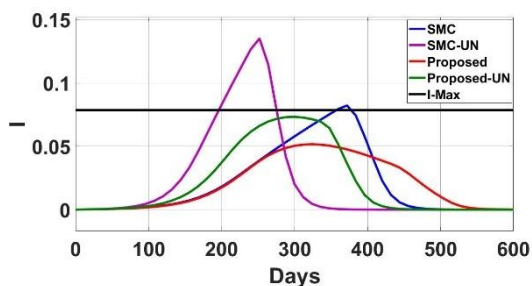
شبیه‌سازی شده است. نتایج مشخص شده در شکل‌های (۱۱-۱۳) براساس مقایسه عملکرد روش‌های بیان‌شده، بدون اعمال نامعینی پارامتر و اعمال نامعینی پارامتر شبیه‌سازی و بررسی شده‌اند. Proposed-UN و SMC-UN به ترتیب نشان‌دهنده عملکرد کنترل‌کننده مد لغزشی فازی مرتبه کسری (پیشنهادشده) و مد لغزشی کلاسیک با وجود اعمال نامعینی در پارامتر اساسی سیستم  $\beta$  است.



شکل (۱۱): مقایسه رفتار افراد مستعد با اعمال نامعینی پارامتر



شکل (۱۲): مقایسه رفتار افراد در معرض با اعمال نامعینی



شکل (۱۳): مقایسه رفتار افراد مبتلا با اعمال نامعینی پارامتر

شکل (۱۱) عملکرد دو کنترل‌کننده در برابر اعمال عدم قطعیت پارامترها برای جمعیت مستعد را نشان می‌دهد. کنترل‌کننده پیشنهادی رفتار خوبی نشان داده و در برابر افزایش تعداد افراد در معرض تغییرات جزئی داشته است که نشان می‌دهد کنترل‌کننده پیشنهادی عملکرد مقاومی در برابر عدم قطعیت پارامتر داشته است. همچنین، SMC-UN

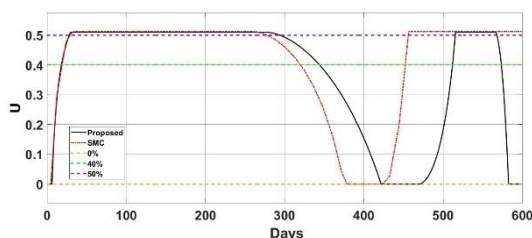
بیمار جامعه از تعداد تخت‌های مراقبت‌های ویژه بیشتر شده است؛ در نتیجه، جامعه دچار کمبود امکانات بیمارستانی می‌شود که چالش بزرگی در سیستم بهداشتی یک کشور است. همان‌طور که در بخش ۶ بیان شده است، مقدار پارامتر  $I_{max}$  توسط مدیران بهداشتی هر کشور اعلام می‌شود. در این مقاله، نتایج برای آمار کشور آرژانتین بررسی شده‌اند که تعداد کل تخت‌های بیمارستانی در کشور آرژانتین، به‌ازای هر هزار نفر، ۵ تخت بیمارستانی است (این آمار در تاریخ ۲۵ آوریل ۲۰۲۱ گزارش شده است) [۴۰]. با توجه به جمعیت کشور آرژانتین مقدار پارامتر  $I_{max} = 2/2767e5$  تعیین می‌شود.

### ۶-۳- بررسی و مقایسه روش پیشنهادی در مواجهه با نوع جهش یافته ویروس با ضریب انتقال بیشتر

گونه‌های جدید و جهش‌یافته این ویروس، ضریب انتقال بیشتری دارند و در زمان کمتری تعداد افراد بیشتری را مبتلا به بیماری خواهند کرد. کنترل‌کننده‌های پیشنهادی باید در مقابل نوع جهش‌یافته این ویروس با ضریب انتقال بالاتر نیز عملکرد مقاومی داشته باشند. در ادامه، عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی در این مقاله در مقابل نوع جهش‌یافته این ویروس با ضریب انتقال بالاتر بررسی خواهد شد.

پارامتر  $\beta$  متوسط تعداد تماس بین افراد مستعد ( $S(t)$ ) با بیماری در واحد زمان است که در انواع جهش‌یافته این ویروس این مقدار می‌تواند افزایش داشته باشد. در این بخش برای بررسی عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی در مقابل افزایش پارامتر سیستم (عدم قطعیت و نامعینی در پارامتر)، ضریب تماس بین افراد که بیان‌کننده ضریب انتقال بیماری است، تا ۲۰ درصد افزایش یافته است. اعمال این تغییر اینگونه است که مقدار ضریب  $\beta$  در کنترل‌کننده ثابت و برابر ۰/۲۲ در نظر گرفته شده است؛ اما در مدل دینامیکی ویروس این ضریب ۲۰ درصد افزایش یافته و مقدار آن به ۰/۲۶۴ تغییر کرده است. این تغییر پارامتر روی دو کنترل‌کننده کلاسیک مد لغزشی (SMC) و کنترل‌کننده مد لغزشی فازی مرتبه کسری (FOFSMC) پیاده‌سازی و

کمتر) بتوان هدف کنترلی یعنی  $I(t) \leq I_{max}$  را برآورده کرد، مطلوب تر خواهد بود. شکل (۱۴) نشان دهنده سیگنال  $U$ ، تلاش کنترلی روش پیشنهادی است. شکل (۱۴) مقایسه تلاش کنترلی اعمال قرنطینه برای روش های بیان شده در مقاله است که در آن خط مشکی بیان کننده تلاش کنترلی روش پیشنهادی، خط قرمز نشان دهنده روش SMC و خطوط بنفش، سبز، زرد نقطه چین به ترتیب بیان کننده تلاش کنترلی حلقه باز ۵۰ درصد، ۴۰ درصد و ۰ درصد است؛ البته قرنطینه صفر درصد باعث شیوع کامل بیماری می شود و قرنطینه های ثابت ۴۰ یا ۵۰ درصد حلقه باز، همان گونه که در متن مقاله توضیح داده شد، هیچ فیدبکی از سیستم نمی گیرند و قاعدتاً عملکرد خوبی نخواهند داشت. همچنین، باعث بروز مشکلات اقتصادی و اجتماعی در کشورها خواهند شد. تلاش کنترلی روش پیشنهادی میزان کمتری از مدت زمان اعمال قرنطینه نسبت به روش کنترل مد لغزشی کلاسیک است و با توجه به نتایج نشان داده شده در مقاله، مشاهده می شود قانون کنترل روش پیشنهادی عملکرد بهتری داشته است. مقایسه تلاش کنترلی و اعمال قوانین قرنطینه در معیار کمی مساحت زیر نمودار نیز انجام و در جدول زیر نشان داده شده است. همان طور که در جدول (۳) آورده شده است، روش پیشنهادی دارای میزان اعمال قرنطینه کمتری است. مساحت زیر نمودار تلاش کنترلی در واقع معیاری از میزان قرنطینه روش های مختلف است که هر چه کمتر باشد بهتر است؛ از این رو، کنترل کننده پیشنهادی با اعمال قرنطینه کمتری توانسته است به اهداف کنترلی دست یابد که قاعدتاً بهتر خواهد بود.



شکل (۱۴): تلاش کنترلی

جدول (۳): مساحت زیر نمودار تلاش کنترلی

Proposed	222.1
SMC	247.2

تعداد افراد در معرض تماس را افزایش داده است که می تواند باعث افزایش بیماری در جامعه شود (شکل ۱۲). همان طور که در شکل (۱۳) نشان داده شده است، کنترل کننده پیشنهادی کمترین تعداد بیماران را دارد. همچنین، میزان افزایش بیماری کندتر از روش SMC-UN بود. همان طور که می دانیم، اگر تعداد بیماران طی یک دوره زمانی به طور چشمگیری افزایش یابد، سیستم مراقبت های درمانی با چالش هایی مانند اشباع تخت های بیمارستانی، کاهش کارایی کادر پزشکی و غیره روبه رو خواهد شد. در واقع افزایش ۲۰ درصدی ضریب انتقال بیماری به معنای مواجهه با نوع جهش یافته ویروس است. کنترل کننده پیشنهادی در مقابل افزایش ۲۰ درصدی ضریب انتقال بیماری، نسبت به کنترل کننده مد لغزشی کلاسیک مقاوم تر بوده است. پس اگر ضریب انتقال بیماری یا میزان ارتباط افراد جامعه افزایش یابد، این کنترل کننده می تواند کارایی خود را حفظ کند. بیماری های واگیردار مانند ویروس کرونا طی گذشت زمان و با توجه به موقعیت جوی و جغرافیایی هر منطقه ممکن است جهش پیدا کنند و سرعت انتقال یا دیگر پارامترهای تأثیرگذار بر شیوع بیماری افزایش یابد. کنترل کننده پیشنهادی تضمین می کند در صورت جهش ویروس (افزایش سرعت انتقال بیماری تا ۲۰ درصد) در هیچ بازه زمانی میزان تحت های مراقبت های ویژه بیمارستانی به سطح اشباع نمی رسد. مساحت زیر نمودار تعداد بیماران، با روش پیشنهادی و مد لغزشی کلاسیک، محاسبه و در جدول (۲) نشان داده شده است؛ هر چه این مقدار کمتر باشد به معنای عملکرد بهتر کنترل کننده است. جدول (۲) برتری روش پیشنهادی را در مواجهه با ویروس کووید ۱۹ و نیز در مواجهه با نوع جهش یافته آن نشان می دهد.

جدول (۲): مساحت زیر نمودار

Proposed	12.44
SMC	12.86
Proposed -UN	13.12
SMC-UN	13.41

هر چه با اعمال میزان قرنطینه کمتری (تلاش کنترلی

است، روش پیشنهادی به خوبی توانسته است رفتار مناسبی را در برابر مدل مرتبه کسری از خود نشان دهد. با توجه به شکل‌های نشان داده شده، عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی روی مدل مرتبه کسری نیز نسبت به سایر کنترل‌کننده‌ها نتایج بهتری داشته است.

## ۷- نتایج

بیماری همه‌گیر کووید ۱۹ چالش‌های بی‌سابقه‌ای را به جوامع و دولت‌ها تحمیل کرده است. اگرچه راه‌حل‌های دارویی در دست توسعه، تولید و توزیع است، همچنان NPIها به‌عنوان یکی از ارزش‌ترین استراتژی‌ها برای مبارزه با بیماری واگیردار هستند. در این مقاله یک کنترل‌کننده مد لغزشی فازی مرتبه کسری برای کنترل شیوع بیماری ویروس کووید ۱۹، ارائه و پایداری آن به‌صورت تئوری بررسی شد. عملکرد سیستم حلقه باز و کنترل‌کننده مد لغزشی کلاسیک و کنترل‌کننده مد لغزشی فازی مرتبه کسری پیشنهادی با یکدیگر مقایسه شد که نتایج شبیه‌سازی‌ها حاکی از برتری روش پیشنهادی در مقایسه با سایر روش‌ها است. همچنین، در مقابله با ویروس جهش‌یافته که دارای ضریب انتقال بالاتری است، عملکرد کنترل‌کننده‌ها با یکدیگر مقایسه شد. در این مقاله روش پیشنهادی ارائه‌شده روی مدل مرتبه کسری نیز پیاده‌سازی شده است که نتایج به‌دست‌آمده همگی نشان‌دهنده برتری و کارآمد بودن روش پیشنهادی روی مدل مرتبه کسری شیوع SEIR ویروس کووید ۱۹ نیز هستند. نتایج شبیه‌سازی‌ها برتری روش پیشنهادی را در مواجهه با ویروس کووید ۱۹ و نیز در مواجهه با نوع جهش‌یافته آن نشان می‌دهند.

## مراجع

- [1] <https://covid19.who.int>.
- [2] N. Banholzer *et al.*, "Impact of non-pharmaceutical interventions on documented cases of COVID-19," *MedRxiv*, 2020.
- [3] T. Carletti, D. Fanelli, and F. Piazza, "COVID-19: The unreasonable effectiveness of simple models," *Chaos, Solitons & Fractals: X*, Vol. 5, p. 100034, 2020.
- [4] E. Tagliazucchi, P. Balenzuela, M. Travizano, G. Mindlin, and P. D. Mininni, "Lessons from being challenged by COVID-

## ۶-۴- پیاده‌سازی روش پیشنهادی روی مدل مرتبه کسری

در این بخش در ابتدا مدل ارائه‌شده مرتبه صحیح در فرمول (۱۳-۱۰) به‌صورت مرتبه کسری در روابط زیر تعمیم داده شده است:

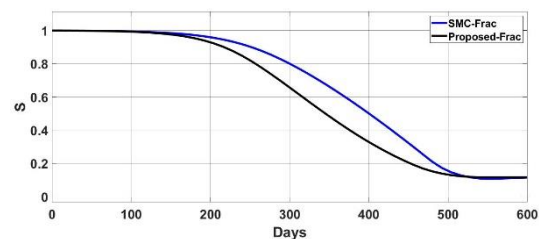
$$D^q S(t) = -\varphi(S, E, I, R)(1 - u(t)) + \xi R(t) \quad (27)$$

$$D^q E(t) = \varphi(S, E, I, R)(1 - u(t)) - \lambda E(t) \quad (28)$$

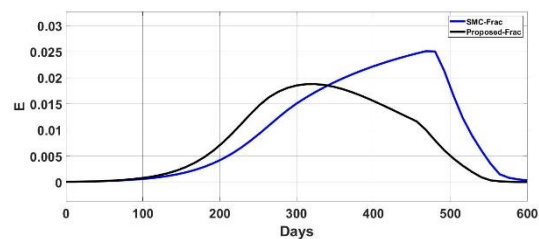
$$D^q I(t) = \lambda E(t) - \gamma I(t) \quad (29)$$

$$D^q R(t) = \gamma I(t) - \xi R(t) \quad (30)$$

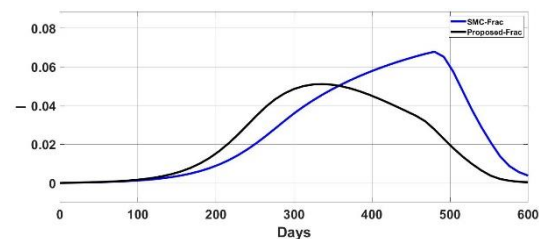
طبق مطالب بیان‌شده در متن مقاله،  $q$  درجه مشتق کسری است. هدف پیاده‌سازی روش بیان‌شده در متن مقاله روی مدل مرتبه کسری است.



شکل (۱۵): سیر زمانی افراد مستعد در مدل مرتبه کسری



شکل (۱۶): سیر زمانی افراد در معرض در مدل مرتبه کسری



شکل (۱۷): سیر زمانی افراد مبتلا در مدل مرتبه کسری

مان‌طور که در شکل‌های (۱۷-۱۵) نشان داده شده

- [15] T. Berger, "Feedback control of the COVID-19 pandemic with guaranteed non-exceeding ICU capacity," *Systems & Control Letters*, p. 105111, 2021.
- [16] A. H. A. Mehra, M. Shafieirad, Z. Abbasi, I. Zamani, and Z. Aarabi, "Fuzzy Sliding Mode Controller Design and Analysis of an SQEIR Epidemic Model for COVID-19 to Determine the Quarantine Rate," *Journal of Control*, Vol. 14, No. 5, pp. 59-70, 2021.
- [17] M. T. Angulo, F. Castaños, R. Moreno-Morton, J. X. Velasco-Hernandez, and J. A. Moreno, "A simple criterion to design optimal nonpharmaceutical interventions for epidemic outbreaks," *medRxiv*, 2020.
- [18] A. Ibeas, M. De La Sen, and S. Alonso-Quesada, "Robust sliding control of SEIR epidemic models," *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2014, 2014.
- [19] Y. Xiao, X. Xu, and S. Tang, "Sliding mode control of outbreaks of emerging infectious diseases," *Bulletin of mathematical biology*, Vol. 74, No. 10, pp. 2403-2422, 2012.
- [20] R. Khalili Amirabadi, A. Heydari, and M. Zarrabi, "Analysis and control of seir epidemic model via sliding mode control," *Adv. Model. Optim*, Vol. 18, No. 1, pp. 153-162, 2016.
- [21] G. Rohith and K. Devika, "Dynamics and control of COVID-19 pandemic with nonlinear incidence rates," *Nonlinear Dynamics*, Vol. 101, No. 3, pp. 2013-2026, 2020.
- [22] M. Rezaei Bahrmand, H. Khaloozadeh, and P. Reihani Ardabili, "Design and implementation of a model predictive controller for the COVID-19 spread restraint in Iran," *Journal of Control*, Vol. 14, No. 5, pp. 79-88, 2021.
- [23] R. Abolpour, "Optimal Robust LPV Control Design for Novel Covid-19 Disease."
- [24] F. Brauer, C. Castillo-Chavez, and C. Castillo-Chavez, *Mathematical models in population biology and epidemiology*. Springer, 2012.
- [25] W. O. Kermack and A. G. McKendrick, "A contribution to the mathematical theory of epidemics," *Proceedings of the royal society of london. Series A, Containing papers of a mathematical and physical character*, Vol. 115, No. 772, pp. 700-721, 1927.
- [26] R. M. Anderson and R. M. May, *Infectious diseases of humans: dynamics and control*. Oxford university press, 1992.
- [27] F. B. Hamzah *et al.*, "CoronaTracker: worldwide COVID-19 outbreak data analysis and prediction," *Bull World Health Organ*, Vol. 1, No. 32, pp. 1-32, 2020.
- [19] "Chaos, Solitons & Fractals", Vol. 137, p. 109923, 2020.
- [5] B. Ivorra, M. R. Ferrández, M. Vela-Pérez, and A. M. Ramos, "Mathematical modeling of the spread of the coronavirus disease 2019 (COVID-19) taking into account the undetected infections. The case of China," *Communications in nonlinear science and numerical simulation*, vol. 88, p. 105303, 2020.
- [6] S. Nuñez, F. A. Inthamoussou, F. Valenciaga, H. De Battista, and F. Garelli, "Potentials of constrained sliding mode control as an intervention guide to manage COVID19 spread," *Biomedical Signal Processing and Control*, Vol. 67, p. 102557, 2021.
- [7] M. Zamir, Z. Shah, F. Nadeem, A. Memood, H. Alrabaiah, and P. Kumam, "Non pharmaceutical interventions for optimal control of COVID-19," *Computer methods and programs in biomedicine*, Vol. 196, p. 105642, 2020.
- [8] A. Veisi and H. Delavari, "Analysis of fractional order SEIR model for Covid 19 and investigation of its spread management with a novel adaptive fractional order nonlinear controller," *Iranian Journal of Biomedical Engineering*, Vol. 15, No. 2, pp. 121-130, 2021.
- [9] D. H. Morris, F. W. Rossine, J. B. Plotkin, and S. A. Levin, "Optimal, near-optimal, and robust epidemic control," *Communications Physics*, Vol. 4, No. 1, pp. 1-8, 2021.
- [10] S. Ullah, M. F. Khan, S. A. A. Shah, M. Farooq, M. A. Khan, and M. bin Mamat, "Optimal control analysis of vector-host model with saturated treatment," *The European Physical Journal Plus*, Vol. 135, No. 10, pp. 1-25, 2020.
- [11] J. A. Gondim and L. Machado, "Optimal quarantine strategies for the COVID-19 pandemic in a population with a discrete age structure," *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol. 140, p. 110166, 2020.
- [12] F. A. Pazos and F. Felicioni, "A control approach to the Covid-19 disease using a SEIHRD dynamical model," *Medrxiv*, 2020.
- [13] C. Tsay, F. Lejarza, M. A. Stadtherr, and M. Baldea, "Modeling, state estimation, and optimal control for the US COVID-19 outbreak," *Scientific reports*, Vol. 10, No. 1, pp. 1-12, 2020.
- [14] M. M. Morato, S. B. Bastos, D. O. Cajueiro, and J. E. Normey-Rico, "An optimal predictive control strategy for COVID-19 (SARS-CoV-2) social distancing policies in Brazil," *Annual reviews in control*, Vol. 50, pp. 417-431, 2020.

- diagnosis using Type-2 Sugeno fuzzy inference system," *Journal of Control*, Vol. 14, No. 5, pp. 49-57, 2021.
- [35]S. Heidarian *et al.*, "Covid-fact: A fully-automated capsule network-based framework for identification of covid-19 cases from chest ct scans," *Frontiers in Artificial Intelligence*, Vol. 4, 2021.
- [36]I. Podlubny, *Fractional differential equations: an introduction to fractional derivatives, fractional differential equations, to methods of their solution and some of their applications*. Elsevier, 1998.
- [37]H. W. Hethcote, "The Mathematics of Infectious Diseases," *SIAM Review*, Vol. 42, No. 4, pp. 599-653, 2000.
- [38]A. D. Ames, T. G. Molnár, A. W. Singletary, and G. Orosz, "Safety-Critical Control of Active Interventions for COVID-19 Mitigation," *IEEE Access*, Vol. 8, pp. 188454-188474, 2020.
- [39]M. R. Faieghi, H. Delavari, and D. Baleanu, "Control of an uncertain fractional-order Liu system via fuzzy fractional-order sliding mode control," *Journal of Vibration and Control*, Vol. 18, No. 9, pp. 1366-1374, 2012/08/01 2011.
- [40] <https://knoema.com/OURWLDCOVID2020/covid-19-and-related-statistics?tsId=1091190>.
- [28]S. J. Clifford *et al.*, "Interventions targeting air travellers early in the pandemic may delay local outbreaks of SARS-CoV-2," *medRxiv*, 2020.
- [29]B. Tang, N. L. Bragazzi, Q. Li, S. Tang, Y. Xiao, and J. Wu, "An updated estimation of the risk of transmission of the novel coronavirus (2019-nCov)," *Infectious disease modelling*, Vol. 5, pp. 248-255, 2020.
- [30]B. Tang *et al.*, "Estimation of the transmission risk of the 2019-nCoV and its implication for public health interventions," *Journal of clinical medicine*, Vol. 9, No. 2, p. 462, 2020.
- [31]Y. Li *et al.*, "COVID-19 epidemic outside China: 34 founders and exponential growth," *Journal of Investigative Medicine*, Vol. 69, No. 1, pp. 52-55, 2021.
- [32]K. M. Bubar *et al.*, "Model-informed COVID-19 vaccine prioritization strategies by age and serostatus," *Science*, Vol. 371, No. 6532, pp. 916-921, 2021.
- [33]K. O. Kwok, K.-K. Li, W. I. Wei, A. Tang, S. Y. S. Wong, and S. S. Lee, "Influenza vaccine uptake, COVID-19 vaccination intention and vaccine hesitancy among nurses: A survey," *International journal of nursing studies*, Vol. 114, p. 103854, 2021.
- [34]M. Kamarzarrin, "Modeling of self-assessment system of covid-19 disease



