

Adaptive-Neural Control of Time Delay Nonlinear Systems in the Presence of Actuator Failure

Mahshid Rahimifard¹, Marzieh Kamali ², Maryam Zekri³

¹ MSc, Dept. of Electrical and Computer Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

² Assistant Professor, Dept. of Electrical and Computer Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

³ Associate Professor, Dept. of Electrical and Computer Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

Abstract:

The main purpose of this paper is to present an adaptive-neural controller for strict-feedback nonlinear systems with unknown time delays and in the presence of external disturbances and actuator failure. The proposed adaptive-neural controller is constructed based on DSC design technique. Radial Basis Functions (RBF) networks are utilized to approximate unknown nonlinear functions. Adaptive rules are obtained based on Lyapunov design for updating the parameters of neural networks. Disturbances are unknown functions which their bounds are partially known. Therefore, continuous robust terms are applied in order to minimize their effects. Furthermore, due to the existence of unknown time delays in the system, Lyapunov–Krasovskii functionals are utilized in the process of designing the controller and proofing the stability of the system. In addition, the controller is designed so that it can compensate its effect if the considered actuator failure happens. For the designed controller, the boundedness of all the closed-loop signals is guaranteed and the tracking error is proved to converge to a small neighborhood of the origin.

Keywords: Unknown Time Delay, Actuator Failure, Nonlinear Systems, RBF Neural Network, Adaptive-neural Control, Dynamic Surface Control.

کنترل تطبیقی - عصبی دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی تأخیردار در حضور خرابی عملگر

مهشید رحیمی فرد^۱، مرضیه کمالی^۲، مریم ذکری^۳

۱- کارشناسی ارشد مهندسی برق (کنترل)، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه صنعتی اصفهان -

اصفهان - ایران

sm.rahimifard@ec.iut.ac.ir

۲- استادیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه صنعتی اصفهان - اصفهان - ایران

m.kamali@cc.iut.ac.ir

۳- دانشیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه صنعتی اصفهان - اصفهان - ایران

mzekri@cc.iut.ac.ir

چکیده: هدف اصلی این پژوهش، کنترل تطبیقی - عصبی سیستم‌های غیرخطی تأخیردار در حضور خرابی عملگر با استفاده از روش کنترل سطح دینامیکی (DSC) است. سیستم‌های بررسی شده، سیستم‌هایی به فرم فیدبک اکید و در حضور اغتشاش‌های نامعین خارجی‌اند. در این سیستم‌ها از شبکه‌های عصبی توابع پایه‌ای شعاعی (RBF) برای تقریب توابع نامعین استفاده می‌شود که قوانین تطبیق پارامترها براساس طراحی لیپانوف به دست می‌آیند. اغتشاش‌های نامعین، توابع غیرخطی نامشخصی‌اند که اطلاعات جزئی از کران آنها در دسترس است؛ بنابراین، از جمله مقاوم پیوسته برای حداقل کردن اثر آنها استفاده شده است. همچنین به دلیل وجود تأخیرهای زمانی نامشخص در معادلات سیستم، در روند طراحی کنترل کننده و اثبات پایداری از تابعی‌های لیپانوف - کراسوفسکی استفاده شده است. کنترل کننده نیز به گونه‌ای طراحی شده است که در صورت بروز خرابی عملگر، از نوع کاهش عملکرد، سیستم همچنان به عملکرد مطلوب خود ادامه دهد. برای کنترل کننده طراحی شده در این پژوهش، پایداری سیستم و همگرایی خطای ردیابی به یک مقدار کوچک دلخواه اثبات شده است.

واژه‌های کلیدی: تأخیر زمانی نامشخص، خرابی عملگر، سیستم‌های غیرخطی، شبکه عصبی RBF، کنترل تطبیقی - عصبی، کنترل سطح دینامیکی

۱- مقدمه

کاربردهای عملی برای کنترل سیستم‌های غیرخطی نامشخص، روش‌های کنترل براساس شبکه‌های عصبی در مقایسه با دیگر تکنیک‌های کنترل مدرن، مانند کنترل تطبیقی کلاسیک کارآمدتر بوده است [۱-۴]؛ زیرا در تکنیک‌های کنترل مدرن، به دانستن اطلاعات زیادی از مدل سیستم نیاز است که ممکن است در عمل امکان پذیر نباشد. بنابراین در دهه‌های گذشته، کنترل تطبیقی - عصبی سیستم‌های غیرخطی نامعین با کمک ویژگی تقریب‌زنی عمومی شبکه‌های عصبی، پیشرفت چشمگیری داشته و نتایج درخور قبولی به دست آمده است. در بسیاری از این نتایج [۵، ۶]، سیستم‌ها باید فرض‌هایی از قبیل شرایط انطباق^۱ را

پژوهش درباره کنترل تطبیقی سیستم‌های غیرخطی مختلف با نامعینی پارامتریزه شده به صورت خطی در اواخر دهه ۱۹۸۰ بسیار با اقبال مواجه شد [۱-۳]؛ اما در بسیاری از

^۱ تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۵/۰۹/۱۲

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۰۵/۰۹

نام نویسنده مسئول: مرضیه کمالی

نشانی نویسنده مسئول: ایران - اصفهان - دانشگاه صنعتی اصفهان - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

الکتریکی، سیستم‌های راکتور شیمیایی، سیستم‌های انتقال از راه دور و ... هستند. یک مشکل اصلی کنترل سیستم‌های غیرخطی با تأخیر زمانی این است که تأخیرها کاملاً مشخص نیستند. در [۹، ۱۲، ۱۹-۲۳]، با فرض وجود تأخیر زمانی در معادلات سیستم غیرخطی از تابعی‌های لیاپانوف - کراسوفسکی^۹ برای طراحی کنترل‌کننده و اثبات پایداری استفاده شده است. در [۲۴]، کنترل تطبیقی براساس شبکه عصبی به روش DSC، برای دسته‌ای از سیستم‌های غیرآفاین به فرم فیدبک خالص با توابع تأخیر زمانی نامشخص و در حضور نامعینی‌ها ارائه شده است. در [۲۵]، یک کنترل‌کننده تطبیقی - عصبی برای سیستم‌های با تأخیر زمانی و توابع غیرخطی نامشخص ارائه شده و از شبکه‌های موجک^{۱۰} برای تقریب توابع غیرخطی نامشخص استفاده شده است.

همچنین، خرابی‌های عملگر می‌تواند اثرات تخریبی جدی بر عملکرد سیستم‌های کنترل داشته باشند. خرابی‌های عملگر، ایجاد رفتار ناخواسته سیستم و گاهی ناپایداری یا حتی حوادث خطرناک را سبب می‌شوند؛ بنابراین، خرابی‌های عملگر باید جبران شوند. یک کنترل‌کننده برای بالابردن کارایی سیستم باید بتواند در زمان بروز خرابی، اثر حاصل از آن را به صورت مناسبی جبران کند. در [۲۶، ۲۷] مسئله جبران خرابی عملگر تطبیقی برای سیستم‌های پارامتری به فرم فیدبک اکید مطالعه شده است. در [۲۸] روند طراحی تطبیقی - فازی برای یک دسته از سیستم‌های غیرخطی فیدبک اکید و آشفته^{۱۱} و دارای خرابی عملگر پیشنهاد شده است. طراحی گام به عقب با روش DSC انجام شده و جمله مقاوم پیوسته برای حداقل کردن اثر خطای مدل‌کردن یا اغتشاش تطبیق داده شده است.

با توجه به اینکه بیشتر سیستم‌های عملی، تأخیر زمانی دارند و لازم است احتمال وجود خرابی عملگر نیز در نظر گرفته شود، دسته‌ای از سیستم‌های فیدبک اکید که هم‌زمان دارای تأخیر زمانی نامشخص، خرابی عملگر و نیز اغتشاش‌ها یا خطای مدل‌کردن‌اند، به کنترل با روش ساده‌کننده DSC نیاز دارند. این روش بسیار ساده‌تر از روش گام به عقب کلاسیک است؛ بنابراین در عمل، پیاده‌سازی آن امکان‌پذیرتر است.

برآورده کنند. با توسعه یک روند طراحی بازگشتی قدرتمند به نام تکنیک گام به عقب تطبیقی^۲، پیشرفت چشمگیری در کنترل تطبیقی عصبی دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی نامعین تک‌ورودی - تک‌خروجی (SISO)^۳، بدون نیاز به فرضیات ذکرشده به وجود آمد [۷]؛ اما در روش گام به عقب، مشکلی به نام انفجار پیچیدگی^۴ وجود دارد. این انفجار پیچیدگی با مشتق‌های مکرر توابع غیرخطی معین به وجود می‌آید؛ بنابراین، پیچیدگی کنترل‌کننده به تدریج با افزایش درجه سیستم، افزایش می‌یابد. روش کنترل سطح دینامیکی (DSC)^۵ برای از بین بردن این مشکل، با معرفی فیلتر درجه یک برای ورودی ساخته شده در هر گام از روش گام به عقب پیشنهاد شده است. با ترکیب کردن این تکنیک طراحی با چارچوب طراحی کنترل تطبیقی بر پایه شبکه عصبی یا فازی، طراحی کنترل‌کننده براساس گام به عقب را برای سیستم‌هایی با نامعینی دلخواه، توسعه می‌دهند [۸-۱۴]. این امر باعث از بین بردن انفجار پیچیدگی می‌شود. در طراحی ذکرشده، شبکه‌های عصبی به عنوان مدل‌های تقریب توابع غیرخطی نامشخص استفاده می‌شوند.

در [۱۵-۱۸] روندهای گام به عقب تطبیقی - عصبی برای سیستم‌های غیرخطی به فرم فیدبک اکید^۶ و فیدبک خالص^۷ پیشنهاد شده است. در این روش‌ها عبارت‌های کسری به قوانین تطبیق اضافه می‌شوند که به دلیل خطاهای حاصل از تقریب شبکه عصبی از حذف شدن پارامترها جلوگیری می‌کند.

در [۶]، یک روش طراحی کنترل برای دسته خاصی از سیستم‌های غیرخطی توسعه داده شده است. این روند طراحی برای سیستم درجه دو ارائه شده، اما درباره تعمیم آن برای سیستم‌های با درجه بالاتر نیز صحبت شده است. سپس در [۸] از روش DSC برای کنترل سیستم‌های غیرخطی با مرتبه بالاتر از دو استفاده شده است. همچنین، در این دو مقاله از شبکه‌های عصبی توابع پایه‌ای شعاعی (RBF)^۸ برای تقریب توابع غیرخطی نامشخص استفاده شده است.

تأخیرهای زمانی معمولاً در سیستم‌های مختلف روی می‌دهند و مسئله پایداری را پیچیده‌تر می‌کنند. مثال‌های معمول از سیستم‌های کاربردی با تأخیر زمانی، شبکه‌های

۲- بیان مسئله

سیستم غیرخطی به فرم فیدبک اکید تک‌ورودی - تک‌خروجی را در نظر بگیرید که خرابی عملگر، تأخیر زمانی و اغتشاش‌های نامعین دارد.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2(t) + f_1(x_1(t)) + h_1(x_1(t - \tau_1)) \\ &\quad + \Delta_1(\bar{x}_n, t) \\ &\vdots \\ \dot{x}_i &= x_{i+1}(t) + f_i(\bar{x}_i(t)) + h_i(\bar{x}_i(t - \tau_i)) \\ &\quad + \Delta_i(\bar{x}_n, t) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= g(x)u(t) + f_n(\bar{x}_n(t)) \\ &\quad + h_n(\bar{x}_n(t - \tau_n)) \\ &\quad + \Delta_n(\bar{x}_n, t)\end{aligned}\quad (1)$$

$$y = x_1 \quad 2 \leq i \leq n - 1, \quad n \geq 2$$

در این سیستم، $\bar{x}_n = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n$ بردار متغیرهای حالت سیستم است. همچنین، $\bar{x}_i = [x_1, x_2, \dots, x_i]^T \in R$ ورودی کتلی و $u \in R$ خروجی سیستم است. $f_i(\cdot)$ و $h_i(\cdot)$ توابع غیرخطی نامشخص‌اند. τ_i ها تأخیرهای زمانی نامشخص حالت‌های سیستم و Δ_i ها توابع پیوسته لپشیتز نامشخص‌اند. $g(x) \neq 0$ تابع غیرخطی پیوسته‌ای است که بهره کنترل نام دارد.

توجه ۱: با توجه به اینکه سیستم مدنظر دسته خاصی از سیستم‌های غیرخطی را در بر می‌گیرد که به فرم فیدبک اکید هستند، توابع تأخیر زمانی در هر حالت به متغیرهای همان حالت و حالت‌های قبل وابسته‌اند.

خرابی عملگر در نظر گرفته شده از نوع کاهش عملکرد است که به‌صورت زیر مدل می‌شود:

$$u(t) = \rho v(t), \quad \rho \in [\underline{\rho}, \bar{\rho}] \quad (2)$$

$$0 < \underline{\rho} \leq 1, \quad \bar{\rho} = 1$$

ρ یک پارامتر ثابت نامشخص است که با $\bar{\rho}$ تخمین زده می‌شود. $u(t)$ نشان دهنده سیگنالی است که از عملگر می‌آید و $v(t)$ ورودی کتلی است که طراحی می‌شود. $\underline{\rho}$ و $\bar{\rho}$ به ترتیب بیان‌کننده کران پایین و بالای ρ هستند؛ بنابراین، زمانی که $\underline{\rho} = \bar{\rho} = 1$ ، هیچ خرابی عملگری وجود ندارد.

این مقاله، طراحی کنترل‌کننده تطبیقی - عصبی را برای دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی نامعین تأخیردار و در حضور اغتشاش‌های نامعین خارجی ارائه می‌دهد. این سیستم‌ها به فرم فیدبک اکید و در حضور خرابی عملگرند. خرابی عملگر از نوع کاهش عملکرد است. کنترل‌کننده تطبیقی - عصبی پیشنهادی با به‌کارگیری روش DSC در تکنیک گام به عقب طراحی می‌شود. از شبکه‌های عصبی RBF به‌منظور تقریب توابع غیرخطی نامشخص استفاده شده است.

در مقایسه با نتایج موجود، نوآوری‌های اصلی این مقاله به شرح زیر است:

- در این مقاله در مقایسه با مقالات مطرح‌شده در بخش مقدمه، طراحی کنترل‌کننده برای دسته عمومی‌تری از سیستم‌های غیرخطی نامعین به فرم فیدبک اکید انجام شده است. درواقع این مقاله، تأخیرهای زمانی نامعین، اغتشاش‌های خارجی و خرابی عملگر نامشخص را به‌طور هم‌زمان در نظر می‌گیرد.

- به‌دلیل وجود تأخیرهای زمانی نامشخص در مدل سیستم، یک تابعی لیاپانوف - کراسوفسکی جدید به‌منظور اثبات پایداری سیستم استفاده می‌شود.

- از شبکه‌های عصبی RBF به‌منظور تقریب توابع غیرخطی نامشخص استفاده شده است. پارامترهای شبکه برای اهداف کتلی از قبیل پایداری سیستم کتلی و همگرایی خطای ردیابی به یک مقدار کوچک دلخواه، با قوانین تطبیق به‌روزرسانی می‌شوند.

روش طراحی DSC پیشنهادی، محدودبودن تمام سیگنال‌های حلقه بسته و همگرایی خطای ردیابی به یک مقدار کوچک دلخواه را تضمین می‌کند.

در ادامه این مقاله در بخش ۲، سیستم بررسی‌شده، تعریف و قیود لازم برای طراحی کنترل‌کننده نیز بیان می‌شود. بخش ۳، روش پیشنهادی را برای ارائه کنترل‌کننده شرح می‌دهد و پایداری سیستم و همگرایی خطای ردیابی به یک مقدار کوچک دلخواه نیز اثبات می‌شود. در بخش ۴، نتایج حاصل از شبیه‌سازی روش بالا روی سیستم غیرخطی مدنظر به‌منظور نشان‌دادن اثربخشی روش کنترل پیشنهادی ارائه شده‌اند. بخش آخر نیز خلاصه و نتیجه‌گیری را بیان می‌کند.

هدف کنترل: طراحی کنترل کننده، مستقل از تأخیر زمانی است؛ به گونه‌ای که باوجود خرابی عملکرد و اغتشاش‌های نامعین، خروجی سیستم، مسیر مطلوب y_r را در $t \geq 0$ دنبال کند. y_r تابعی هموار از t است؛ به گونه‌ای که $y_r, \dot{y}_r$ و $y_r^{(2)}$ برای $t \geq 0$ کران‌دار باشند. در طی طراحی کنترل کننده، فرض می‌شود سیستم (۱) قیود زیر را برآورده می‌کند.

قید ۱: برای $1 \leq i \leq n$ ، ثابت نامشخص $\psi_i^* \geq 0$ و توابع هموار مثبت و مشخص $p_i(\bar{x}_i)$ وجود دارند؛ به گونه‌ای که به ازای $\forall (\bar{x}_n, t) \in R^n \times R^+$ ، رابطه زیر برقرار باشد:

$$|\Delta_i(\bar{x}_n, t)| \leq \psi_i^* p_i(\bar{x}_i) \quad (۳)$$

که ψ_i^* نامشخص است و تخمین آن با ψ_i نمایش داده خواهد شد.

قید ۲: تابع تأخیر زمانی $h_i(\bar{x}_i(t))$ در نامساوی زیر صدق می‌کند:

$$|h_i(\bar{s}_i(t) + \bar{z}_i(t))| \leq \sum_{l=1}^i |s_l(t)| w_{i,l}(\bar{s}_i(t) + \bar{z}_i(t)) \quad (۴)$$

که $\bar{s}_i = [s_1, s_2, \dots, s_i]^T$ ، $\bar{x}_i(t) = \bar{s}_i(t) + \bar{z}_i(t)$ و $\bar{z}_i = [z_1, z_2, \dots, z_i]^T$ به ترتیب بیان کننده بردار سطح خطا و قوانین کنترل عبور کرده از فیلترهای درجه یک‌اند که در طی طراحی کنترل کننده به دست می‌آیند. همچنین، $w_{i,l}(\cdot)$ و $z_1 = y_r$ توابع پیوسته مشخص‌اند.

توجه ۲: استفاده از قیود مشابه قید ۱ در ادبیات مسئله مدنظر متداول است ([۲۹-۳۰]). همچنین قید ۲، تغییر یافته قید بیان شده در [۳۱] و [۳۲] درباره تابع تأخیر زمانی است و دلیل استفاده از آن در بخش ۳ توضیح داده خواهد شد.

۳- طراحی کنترل کننده

برای طراحی کنترل کننده برای سیستم مورد نظر، از روش DSC استفاده می‌شود. در هر گام از این روش، به

کمک تابع لیاپانوف مناسب یک ورودی مجازی $\bar{x}_{di+1}$ طراحی می‌شود و برای جلوگیری از مشکل انفجار پیچیدگی موجود در روش گام به عقب، ورودی از فیلتر پایین گذر درجه یک عبور می‌کند و خروجی فیلتر که ورودی در گام بعد است با z_i نمایش داده می‌شود. طراحی به این دلیل بازگشتی است که برای محاسبه $\bar{x}_{di+1}$ ابتدا به محاسبه $\bar{x}_{di}$ نیاز است؛ در مرحله n ، قانون کنترل طراحی می‌شود.

در ابتدا با تعریف پارامتر جدید

$$y_{i+1} = z_{i+1} - \bar{x}_{di+1} \quad 1 \leq i \leq n-1 \quad (۵)$$

و در نظر گرفتن انتقال حالت‌ها با روابط زیر، سیستم تغییر مختصات داده می‌شود.

$$s_1 = x_1 - y_r \quad (۶)$$

$$s_i = x_i - z_i \quad 2 \leq i \leq n$$

توجه ۳: قید ۲ همانند قیدهایی مربوط به توابع تأخیر در [۳۱] و [۳۲] هستند. برای بیان قید ۲، سیستم انتقال یافته (۶) براساس روش DSC استفاده شده است؛ درحالی که قیود موجود در [۳۱] و [۳۲] روی سیستمی ارائه شده‌اند که با روش گام به عقب انتقال یافته است. یعنی این مقاله از سیگنال‌های کنترل مجازی فیلتر شده z_i به جای قوانین کنترل مجازی $\bar{x}_{di}$ برای مختصات تغییر یافته در (۶) استفاده می‌کند. این امر به دلیل روند طراحی DSC اتفاق می‌افتد که در آن، قوانین کنترل مجازی z_i در خطاهای سطح (۶) استفاده می‌شوند.

حال سیستم در مختصات جدید به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= s_2(t) + f_1(\bar{x}_1(t)) + h_1(\bar{x}_1(t - \tau_1)) \\ &\quad + \Delta_1(\bar{x}_n, t) + \bar{x}_{d2} + y_2 - \dot{y}_r \\ \dot{s}_i &= s_{i+1}(t) + f_i(\bar{x}_i(t)) + h_i(\bar{x}_i(t - \tau_i)) \\ &\quad + \Delta_i(\bar{x}_n, t) + \bar{x}_{di+1} + y_{i+1} - \dot{z}_i \\ \dot{s}_n &= g(x)u(t) + f_n(\bar{x}_n(t)) + h_n(\bar{x}_n(t - \tau_n)) \\ &\quad + \Delta_n(\bar{x}_n, t) - \dot{z}_n \\ y &= x_1 \quad 2 \leq i \leq n-1, \quad n \geq 2 \end{aligned} \quad (۷)$$

• گام اول: در این گام، نخستین معادله در (۷) در نظر گرفته می شود.

$\dot{s}_1 = s_2(t) + f_1(\bar{x}_1(t)) + h_1(\bar{x}_1(t - \tau_1)) + \Delta_1(\bar{x}_n, t) + \bar{x}_{d2} + y_2 - \dot{y}_r$
مجموعه فشرده معلوم $\Omega_{x_1} \in R^1$ را در نظر بگیرید، فرض کنید θ_1^* و δ_1^* به گونه ای است که برای هر $x_1 \in \Omega_{x_1}$ تابع $f_1(x_1)$ به صورت زیر تعریف می شود:

$f_1(x_1) = \theta_1^{*T} \xi_1(x_1) + \delta_1^*$
که در آن، $|\delta_1^*| \leq \delta_m$ است. تابع نامشخص $f_1(x_1)$ با شبکه عصبی RBF تقریب زده می شود که $\theta_1^* \in R^{l_1}$ بردار وزن است و با کنترل تطبیقی به صورت روی خط تخمین زده و تخمین آن با $\hat{\theta}_1$ نمایش داده خواهد شد؛ بنابراین، $\tilde{\theta}_1 = \hat{\theta}_1 - \theta_1^*$ تعریف می شود. $\xi_1(x_1)$ بردار تابع پایه گوسین و l_1 تعداد نرون های شبکه است. تابع لیپانوف اصلی به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$V_1 = V_{P_1} + \frac{1}{2} V_{Q_1} \quad (۸)$$

که در آن، V_{Q_1} و V_{P_1} به ترتیب به صورت

$$V_{P_1} = \frac{1}{2} s_1^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_1^T \Gamma_1^{-1} \tilde{\theta}_1 + \frac{1}{2\gamma_1} \chi_1^2 \quad (۹)$$

و

$$V_{Q_1} = \int_{t-\tau_1}^t Q_1(s_1(\tau) + z_1(\tau)) d\tau \quad (۱۰)$$

تعریف شده اند که $\psi_1^M = \chi_1 = (\psi_1 - \psi_1^M)$ و $\Gamma_1 = \Gamma_1^T > 0$ ، $\psi_1^0 = \psi_1(0)$ ، $\max(\psi_1^*, \psi_1^0)$ و $\gamma_1 > 0$ هستند و $Q_1(s_1(ta) + z_1(ta))$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$Q_1(s_1(\tau) + z_1(\tau)) = s_1^2(\tau) \varpi_{1,1}^2(s_1(\tau) + z_1(\tau)) \quad (۱۱)$$

رابطه (۱۰) تابعی لیپانوف - کراسوفسکی است که برای جبران تأخیرهای زمانی نامشخص از آن استفاده می شود.

مشتق تابع لیپانوف (۸) به صورت زیر است:

$$\dot{V}_1 = s_1 \dot{s}_1 + \tilde{\theta}_1^T \Gamma_1^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_1 + \frac{1}{\gamma_1} \chi_1 \dot{\chi}_1 + \frac{1}{2} \dot{V}_{Q_1} \quad (۱۲)$$

با جایگزین کردن $\dot{s}_1$ در (۱۲)، به صورت زیر درمی آید:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & s_1(s_2 + \theta_1^{*T} \xi_1(x_1) + h_1(\bar{x}_1(t - \tau_1)) \\ & + \Delta_1(\bar{x}_n, t) + \bar{x}_{d2} + y_2 \\ & - \dot{y}_r) + \tilde{\theta}_1^T \Gamma_1^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_1 \\ & + \frac{1}{\gamma_1} \chi_1 \dot{\chi}_1 + \frac{1}{2} \dot{V}_{Q_1} \end{aligned} \quad (۱۳)$$

با استفاده از قید ۲ و نامساوی یانگ^{۱۲}، داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & \frac{3}{2} s_1^2 + \frac{1}{2} s_2^2 + \frac{1}{2} y_2^2 + s_1 \theta_1^{*T} \xi_1(x_1) \\ & + \frac{1}{2} \delta_1^{*2} + s_1 \Delta_1(\bar{x}_n, t) \\ & + s_1 \bar{x}_{d2} - s_1 \dot{y}_r \\ & + \tilde{\theta}_1^T \Gamma_1^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_1 + \frac{1}{\gamma_1} \chi_1 \dot{\chi}_1 \\ & + s_1(s_1(t) \varpi_{1,1}^2(s_1(t) \\ & + z_1(t)) + \frac{1}{2} s_1) \end{aligned} \quad (۱۴)$$

براساس این، کنترل مجازی گام نخست به صورت زیر طراحی می شود:

$$\begin{aligned} \bar{x}_{d2} = & -k_1 s_1 - \tilde{\theta}_1^T \xi_1(x_1) - \frac{1}{2} s_1 \\ & - \frac{1}{2} s_1 \varpi_{1,1}^2(s_1 + z_1) \\ & - \beta_1(x_1, \psi_1) + \dot{y}_r \end{aligned} \quad (۱۵)$$

با استفاده از قید ۱، تابع $\beta_1(x_1, \psi_1)$ برای رفع اثر اغتشاش های نامعین طراحی می شود.

$$\begin{aligned} \beta_1(x_1, \psi_1) = & \psi_1(t) p_1(x_1) \tanh \left[\frac{s_1 p_1(x_1)}{\varepsilon_{12}} \right] \\ \dot{\psi}_1(t) = & \gamma_1 \left[s_1 p_1(x_1) \tanh \left[\frac{s_1 p_1(x_1)}{\varepsilon_{12}} \right] \right. \\ & \left. - \sigma_{12} (\psi_1 - \psi_1^0) \right] \end{aligned} \quad (۱۶)$$

که $\varepsilon_{12}, \gamma_1, \sigma_{12}, \psi_1^0$ ثابت های طراحی و مثبت اند. با جایگذاری (۳) و (۱۶) و (۱۶) در (۱۴) و استفاده از نامساوی یانگ، نامساوی زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & \left(\frac{3}{2} - k_1 \right) s_1^2 - \tilde{\theta}_1^T \left(s_1 \xi_1(x_1) - \Gamma_1^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_1 \right) \\ & + \frac{1}{2} \delta_1^{*2} + \frac{1}{2} s_2^2 + \frac{1}{2} y_2^2 \\ & + \left(s_1 \psi_1^* p_1(x_1) \right. \\ & \left. - \psi_1^M s_1 p_1(x_1) \tanh \left[\frac{s_1 p_1(x_1)}{\varepsilon_{12}} \right] \right. \\ & \left. - \sigma_{12} \chi_1 (\psi_1 - \psi_1^0) \right) \end{aligned} \quad (۱۷)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & -k_1^* s_1^2 - \frac{\eta}{2\lambda_{\max}(\Gamma_1^{-1})} (\bar{\theta}_1^T \Gamma_1^{-1} \bar{\theta}_1) \\ & - \frac{\sigma_{12}}{2} \chi_1^2 + .2785 \psi_1^M \varepsilon_{12} \\ & + \left(\frac{1}{2} \delta_1^{*2} + \frac{\eta}{2} \|\theta_1^*\|^2 \right) \\ & + \frac{\sigma_{12}}{2} (\psi_1^M - \psi_1^0)^2 + \frac{1}{2} s_2^2 \quad (22) \\ & + \frac{1}{2} y_2^2 \\ & \leq -\alpha_{10} (2V_1 - V_{Q_1}) + C_1 \\ & + \frac{1}{2} s_2^2 + \frac{1}{2} y_2^2 \end{aligned}$$

که در آن، پارامترها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$C_1 = \frac{1}{2} \delta_1^{*2} + \frac{\eta}{2} \|\theta_1^*\|^2 + .2785 \psi_1^M \varepsilon_{12} + \frac{\sigma_{12}}{2} (\psi_1^M - \psi_1^0)^2$$

$$0 < \alpha_{10} < \min \left(\frac{\eta}{2\lambda_{\max}(\Gamma_1^{-1})}, k_1^*, \frac{\gamma_1 \sigma_{12}}{2} \right)$$

در نهایت، از فیلتر درجه یک پایین گذر با ثابت

زمانی ς_2 عبور داده می‌شود و z_2 حاصل می‌شود.

$$\varsigma_2 \dot{z}_2 + z_2 = \bar{x}_{d2}, \quad z_2(0) = \bar{x}_{d2}(0) \quad (23)$$

• گام i ام (برای $2 \leq i \leq n-1$): در این گام، $-i$

امین معادله در (۷) در نظر گرفته می‌شود.

$$\begin{aligned} \dot{s}_i = & s_{i+1}(t) + f_i(\bar{x}_i(t)) + h_i(\bar{x}_i(t - \tau_i)) \\ & + \Delta_i(\bar{x}_n, t) + \bar{x}_{di+1} + y_{i+1} \\ & - \dot{z}_i \end{aligned}$$

همانند آنچه در قسمت قبل گفته شد، رابطه $f_i(\bar{x}_i)$

به صورت زیر به دست می‌آید:

$$f_i(\bar{x}_i) = \theta_i^{*T} \xi_i(\bar{x}_i) + \delta_i^*$$

که در آن، $|\delta_i^*| \leq \delta_m$ است و خطای تخمین وزنهای

شبکه عصبی به صورت $\bar{\theta}_i = \hat{\theta}_i - \theta_i^*$ در نظر گرفته

می‌شود.

تابع لیپانوف اصلی به صورت زیر است:

$$V_i = V_{i-1} + V_{P_i} + \frac{1}{2} V_{Q_i} \quad (24)$$

که در آن، V_{Q_i} و V_{P_i} به ترتیب در

$$V_{P_i} = \frac{1}{2} s_i^2 + \frac{1}{2} y_i^2 + \frac{1}{2} \bar{\theta}_i^T \Gamma_i^{-1} \bar{\theta}_i + \frac{1}{2\gamma_i} \chi_i^2 \quad (25)$$

و

$$V_{Q_i} = \int_{t-\tau_i}^t Q_i(\bar{s}_i(\tau) + \bar{z}_i(\tau)) d\tau \quad (26)$$

بنابراین، قانون تطبیق $\hat{\theta}_1$ به صورت زیر طراحی می‌شود:

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = -\eta \Gamma_1 \hat{\theta}_1 + \Gamma_1 \xi_1(x_1) s_1 \quad (18)$$

که $\eta > 0$ ثابت طراحی است.

لم ۱ [۳۳]: نامساوی زیر برای هر $x \in R$ و $\varepsilon > 0$ برقرار است:

$$0 \leq |x| - x \tanh\left(\frac{x}{\varepsilon}\right) \leq 0.2785\varepsilon$$

با استفاده از لم ۱، نامساوی زیر به سادگی به دست

می‌آید:

$$\begin{aligned} s_1 \psi_1^* \bar{p}_1(x_1) - \psi_1^M s_1 \bar{p}_1(x_1) \tanh\left[\frac{s_1 \bar{p}_1(x_1)}{\varepsilon_{12}}\right] \\ - \sigma_{12} \chi_1 (\psi_1 - \psi_1^0) \\ \leq .2785 \psi_1^M \varepsilon_{12} - \frac{\sigma_{12}}{2} \chi_1^2 \quad (19) \\ + \frac{\sigma_{12}}{2} (\psi_1^M - \psi_1^0)^2 \end{aligned}$$

با جایگزینی (۱۸) و (۱۹) در (۱۷)، نامساوی زیر به

دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & \left(\frac{3}{2} - k_1 \right) s_1^2 - \eta \bar{\theta}_1^T \hat{\theta}_1 - \frac{\sigma_{12}}{2} \chi_1^2 \\ & + .2785 \psi_1^M \varepsilon_{12} \\ & + \frac{\sigma_{12}}{2} (\psi_1^M - \psi_1^0)^2 \quad (20) \\ & + \frac{1}{2} \delta_1^{*2} + \frac{1}{2} s_2^2 + \frac{1}{2} y_2^2 \end{aligned}$$

با در نظر گرفتن پارامتر

$$k_1 = \frac{3}{2} + k_1^*$$

و استفاده از رابطه معلوم

$$2\bar{\theta}_1^T \hat{\theta}_1 \geq \|\bar{\theta}_1\|^2 - \|\theta_1^*\|^2$$

نامساوی (۲۰) به صورت زیر در می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & -k_1^* s_1^2 - \frac{\eta}{2} (\|\bar{\theta}_1\|^2 - \|\theta_1^*\|^2) + \frac{1}{2} \delta_1^{*2} \\ & + .2785 \psi_1^M \varepsilon_{12} - \frac{\sigma_{12}}{2} \chi_1^2 \quad (21) \\ & + \frac{\sigma_{12}}{2} (\psi_1^M - \psi_1^0)^2 + \frac{1}{2} s_2^2 \\ & + \frac{1}{2} y_2^2 \end{aligned}$$

بنابراین، $\dot{V}_1$ به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\begin{aligned}
 & -\dot{x}_{di} \\
 & = k_{i-1}\dot{s}_{i-1} + \hat{\theta}_{i-1}^T \xi_{i-1}(\bar{x}_{i-1}) \\
 & + \hat{\theta}_{i-1}^T \frac{\partial \xi_{i-1}(\bar{x}_{i-1})}{\partial (x_1, x_2, \dots, x_{i-1})} \dot{x}_{i-1} \\
 & + \frac{1}{2} \dot{s}_{i-1} \sum_{l=1}^{i-1} \omega_{i-1,l}^2 (\bar{s}_l + \bar{z}_l) \\
 & + s_{i-1} \sum_{l=1}^{i-1} \omega_{i-1,l} (\bar{s}_l + \bar{z}_l) \left(\dot{s}_l^T \left(\frac{\partial \omega_{i-1,l}}{\partial \bar{s}_l} \right) \right. \\
 & \left. + \dot{z}_l^T \left(\frac{\partial \omega_{i-1,l}}{\partial \bar{z}_l} \right) \right) + \frac{\partial \beta_{i-1}}{\partial (x_1, x_2, \dots, x_{i-1})} \dot{x}_{i-1} \\
 & + \frac{\partial \beta_{i-1}}{\partial \psi_{i-1}} \dot{\psi}_{i-1} + \frac{\dot{y}_{i-1}}{\varsigma_{i-1}} \\
 & = B_i \left(s_1, \dots, s_i, y_2, \dots, y_{i-1}, \hat{\theta}_1, \dots \right) \\
 & \left(\hat{\theta}_{i-1}, \psi_1, \dots, \psi_{i-1}, y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r \right)
 \end{aligned}$$

یک تابع پیوسته است؛ بنابراین، با جایگزینی $-\dot{x}_{di}$ در

(۳۲) $\dot{y}_i$ به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned}
 & \dot{y}_i \\
 & = \frac{-y_i}{\varsigma_i} + B_i \left(s_1, \dots, s_i, y_2, \dots, y_{i-1}, \hat{\theta}_1, \dots \right) \\
 & \left(\hat{\theta}_{i-1}, \psi_1, \dots, \psi_{i-1}, y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r \right) \quad (32)
 \end{aligned}$$

حال، با استفاده از نامساوی یانگ، (۳۲) و قید ۲، $\dot{V}_i$ به صورت زیر درمی آید:

$$\begin{aligned}
 & \dot{V}_i \\
 & \leq -\alpha_{i-10} \left(2V_{i-1} - \sum_{l=1}^{i-1} V_{Ql} \right) + \sum_{l=1}^{i-1} C_l \\
 & + 2s_i^2 + \frac{1}{2} y_i^2 + \frac{1}{2} s_{i+1}^2 + \frac{1}{2} y_{i+1}^2 + \frac{1}{2} \delta_i^{*2} \\
 & + s_i \theta_i^{*T} \xi_i(\bar{x}_i) + s_i \Delta_i(\bar{x}_n, t) + s_i \bar{x}_{di+1} \\
 & - s_i \dot{z}_i + \left(\frac{-y_i^2}{\varsigma_i} + |y_i B_i| \right) + \tilde{\theta}_i^T \Gamma_i^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_i \\
 & + \frac{1}{\gamma_i} \chi_i \dot{\chi}_i \\
 & + s_i \left[\frac{1}{2} \sum_{l=1}^i [s_i(t) \omega_{i,l}^2 (\bar{s}_l(t) + \bar{z}_l(\tau))] + \frac{i}{2} s_i \right]
 \end{aligned} \quad (33)$$

براساس این، کنترل مجازی گام i -ام به صورت زیر طراحی می شود:

$$\begin{aligned}
 & \bar{x}_{di+1} = -k_i s_i - \hat{\theta}_i^T \xi_i(x_i) \\
 & - \frac{1}{2} \sum_{l=1}^i [s_i(t) \omega_{i,l}^2 (\bar{s}_l(t) \\
 & + \bar{z}_l(\tau))] - \frac{i}{2} s_i \\
 & - \beta_i(\bar{x}_i, \psi_i) + \dot{z}_i
 \end{aligned} \quad (34)$$

با استفاده از قید ۱، تابع $\beta_i(\bar{x}_i, \psi_i)$ برای رفع اثر اغتشاش های نامعین طراحی می شود.

تعریف شده اند که $\psi_i^M = \chi_i = (\psi_i - \psi_i^M)$ و $\Gamma_i = \Gamma_i^T > 0$ $\psi_i^0 = \psi_i(0)$ $\max(\psi_i^*, \psi_i^0)$ و $\gamma_i > 0$ هستند و

$$Q_i(\cdot) = \sum_{l=1}^i s_i^2(\tau) \omega_{i,l}^2(\bar{s}_l(\tau) + \bar{z}_l(\tau)) \quad (27)$$

مشق تابع لیاپانوف (۲۴) به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_i & = \dot{V}_{i-1} + s_i(s_{i+1}(t) + f_i(\bar{x}_i(t)) \\
 & + h_i(\bar{x}_i(t - \tau_i)) \\
 & + \Delta_i(\bar{x}_n, t) + \bar{x}_{di+1} \\
 & + y_{i+1} - \dot{z}_i) + y_i \dot{y}_i \\
 & + \tilde{\theta}_i^T \Gamma_i^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_i \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^i s_i^2(t) \omega_{i,l}^2(\bar{s}_l(t) \\
 & + \bar{z}_l(\tau)) \\
 & - \frac{1}{2} \sum_{l=1}^i s_i^2(t) \\
 & - \tau_i) \omega_{i,l}^2(\bar{s}_l(t - \tau_l) \\
 & + \bar{z}_l(t - \tau_l)) + \frac{1}{\gamma_i} \chi_i \dot{\chi}_i
 \end{aligned} \quad (28)$$

حال، با توجه به (۲۳)، تساوی زیر صادق است:

$$\dot{z}_i = \frac{\bar{x}_{di} - z_i}{\varsigma_i} \quad (29)$$

بنابراین، بر اساس (۵) و (۲۹)، روابط

$$\dot{z}_i = \frac{-y_i}{\varsigma_i} \quad (30)$$

$$\dot{y}_i = \frac{-y_i}{\varsigma_i} - \dot{x}_{di} \quad (31)$$

صادق اند که برای $i = 2$

$$\begin{aligned}
 -\dot{x}_{d2} & = k_1 \dot{s}_1 + \hat{\theta}_1^T \xi_1(x_1) + \hat{\theta}_1^T \frac{\partial \xi_1(x_1)}{\partial x_1} \dot{x}_1 \\
 & + \frac{1}{2} \dot{s}_1 \omega_{1,1}^2(s_1 + z_1) \\
 & + s_1 \omega_{1,1} \left(\dot{s}_1 \left(\frac{\partial \omega_{1,1}}{\partial s_1} \right) \right. \\
 & \left. + \dot{z}_1 \left(\frac{\partial \omega_{1,1}}{\partial z_1} \right) \right) + \frac{\partial \beta_1}{\partial x_1} \dot{x}_1 \\
 & + \frac{\partial \beta_1}{\partial \psi_1} \dot{\psi}_1 - \ddot{y}_r \\
 & = B_2(s_1, s_2, \hat{\theta}_1, \psi_1, y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r)
 \end{aligned}$$

یک تابع پیوسته است و برای $3 \leq i \leq n-1$

$$\begin{aligned} \dot{V}_i \leq & -\alpha_{i-10} \left(2V_{i-1} - \sum_{l=1}^{i-1} V_{Ql} \right) + \sum_{l=1}^{i-1} C_l \\ & + (2 - k_i) s_i^2 + \frac{1}{2} y_i^2 \\ & + \left(\frac{-y_i^2}{\varsigma_i} + |y_i B_i| \right) \\ & - \eta \tilde{\theta}_i^T \hat{\theta}_i - \frac{\sigma_{i2}}{2} \chi_i^2 \\ & + 0.2785 \psi_i^M \varepsilon_{i2} \\ & + \frac{\sigma_{i2}}{2} (\psi_i^M - \psi_i^0)^2 \\ & + \frac{1}{2} s_{i+1}^2 + \frac{1}{2} y_{i+1}^2 \end{aligned} \quad (39)$$

لم ۲ [۷]: با در نظر گرفتن مجموعه فشرده

$$\Pi := \{(y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r) | y_r^2 + \dot{y}_r^2 + \ddot{y}_r^2 \leq B_0\}$$

و

$$\Pi_{i-1} := \left\{ \sum_{j=1}^{i-1} s_j^2 + \sum_{j=2}^{i-1} y_j^2 + \sum_{j=1}^{i-1} \tilde{\theta}_j^T \Gamma_j^{-1} \tilde{\theta}_j + \sum_{j=2}^{i-1} \frac{1}{\gamma_j} \chi_j^2 \leq 2\mu \right\}$$

به‌ازای هر $B_0 > 0$ و $\mu > 0$ اندازه تابع $B_i(\cdot)$ به روی $\Pi_{i-1} \times \Pi$ ، کوچک‌تر از مقدار کران‌دار M_i است.

$$|B_i(\cdot)| \leq M_i, i = 2, 3, \dots, n-1$$

با استفاده از رابطه‌های معلوم

$$|y_i B_i| \leq \left(\frac{y_i^2 B_i^2}{2\lambda} + \frac{\lambda}{2} \right), \lambda > 0$$

$$2\tilde{\theta}_i^T \hat{\theta}_i \geq \|\tilde{\theta}_i\|^2 - \|\theta_i^*\|^2$$

و با در نظر گرفتن پارامترهای

$$k_i = 2 + k_i^*, \frac{1}{\varsigma_i} = \frac{1}{2} + \frac{M_i^2}{2\lambda} + \varsigma_i^*$$

و

لم ۲، نامساوی (۳۹) به‌صورت زیر می‌شود:

$$\begin{aligned} \beta_i(\bar{x}_i, \psi_i) &= \psi_i(t) p_i(\bar{x}_i) \tanh \left[\frac{s_i p_i(\bar{x}_i)}{\varepsilon_{i2}} \right] \\ \psi_i(t) &= \gamma_i \left[s_i p_i(\bar{x}_i) \tanh \left[\frac{s_i p_i(\bar{x}_i)}{\varepsilon_{i2}} \right] \right. \\ &\quad \left. - \sigma_{i2} (\psi_i - \psi_i^0) \right] \end{aligned} \quad (35)$$

که $\varepsilon_{i2}, \gamma_i, \sigma_{i2}, \psi_i^0$ ثابت‌های طراحی و مثبت‌اند. با جایگذاری (۳)، (۳۴) و (۳۵) در (۳۳) و استفاده از نامساوی یانگ، مشتق تابع لیپانوف به‌صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &\leq -\alpha_{i-10} \left(2V_{i-1} - \sum_{l=1}^{i-1} V_{Ql} \right) + \sum_{l=1}^{i-1} C_l \\ &\quad + (2 - k_i) s_i^2 - \tilde{\theta}_i^T (s_i \xi_i(\bar{x}_i) - \Gamma^{-1} \hat{\theta}_i) \\ &\quad + \frac{1}{2} \delta_i^{*2} + \frac{1}{2} y_i^2 + \frac{1}{2} s_{i+1}^2 + \frac{1}{2} y_{i+1}^2 \\ &\quad + \left(\frac{-y_i^2}{\varsigma_i} + |y_i B_i| \right) + (s_i \psi_i^* p_i(\bar{x}_i) \\ &\quad - s_i \psi_i^M p_i(\bar{x}_i) \tanh \left[\frac{s_i p_i(\bar{x}_i)}{\varepsilon_{i2}} \right] \\ &\quad - \sigma_{i2} \chi_i (\psi_i - \psi_i^0)) \end{aligned} \quad (36)$$

بنابراین، قانون تطبیق $\hat{\theta}_i$ به‌صورت زیر طراحی می‌شود:

$$\dot{\hat{\theta}}_i = -\eta \Gamma_i^{-1} \hat{\theta}_i + \Gamma_i \xi_i(\bar{x}_i) s_i \quad (37)$$

که $\eta > 0$ ثابت طراحی است.

با استفاده از لم ۱، نامساوی زیر به‌سادگی حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} s_i \psi_i^* p_i(\bar{x}_i) - s_i \psi_i^M p_i(\bar{x}_i) \tanh \left[\frac{s_i p_i(\bar{x}_i)}{\varepsilon_{i2}} \right] \\ - \sigma_{i2} \chi_i (\psi_i - \psi_i^0) \\ \leq 0.2785 \psi_i^M \varepsilon_{i2} - \frac{\sigma_{i2}}{2} \chi_i^2 \\ + \frac{\sigma_{i2}}{2} (\psi_i^M - \psi_i^0)^2 \end{aligned} \quad (38)$$

با جایگذاری (۳۷) و (۳۸) در (۳۶) نامساوی زیر

حاصل می‌شود:

$$0 < \alpha_{i0} \\ < \min \left(\frac{\eta}{2\lambda_{\max}(\Gamma_i^{-1})}, k_i^*, \varsigma_i^*, \frac{\gamma_i \sigma_{i2}}{2}, \alpha_{i-10} \right)$$

در نهایت، $\bar{x}_{di+1}$ از فیلتر درجه یک پایین گذر با ثابت زمانی ς_i عبور داده می‌شود و z_{i+1} حاصل می‌شود.

$$\varsigma_{i+1} \dot{z}_{i+1} + z_{i+1} = \bar{x}_{di+1}, \\ z_{i+1}(0) = \bar{x}_{di+1}(0) \quad (۴۲)$$

• گام n ام: در این گام، n -امین معادله در (۷) در نظر گرفته می‌شود.

$$\dot{s}_n = g(x)u(t) + f_n(\bar{x}_n(t)) + h_n(\bar{x}_n(t - \tau_n)) \\ + \Delta_n(\bar{x}_n, t) - \dot{z}_n$$

همانند آنچه در قسمت قبل گفته شد، رابطه زیر برای تابع $f_n(\bar{x}_n)$ برقرار است:

$$f_n(\bar{x}_n) = \theta_n^T \xi_n(\bar{x}_n) + \delta_n^*$$

که در آن، $|\delta_n^*| \leq \delta_m$ است و خطای تخمین وزن‌های شبکه عصبی به صورت $\bar{\theta}_n = \hat{\theta}_n - \theta_n^*$ در نظر گرفته می‌شود.

تابع لیپانوف اصلی به صورت زیر است:

$$V_n = V_{n-1} + V_{P_n} + V_\rho + \frac{1}{2} V_{Q_n} \quad (۴۳)$$

که در آن، V_{P_n} ، V_ρ و V_{Q_n} به ترتیب در روابط

$$V_{P_n} = \frac{1}{2} s_n^2 + \frac{1}{2} y_n^2 + \frac{1}{2} \bar{\theta}_n^T \Gamma_n^{-1} \bar{\theta}_n + \frac{1}{2\gamma_n} \chi_n^2 \quad (۴۴)$$

و

$$V_\rho = \frac{1}{2L} \tilde{\rho}^2 \quad (۴۵)$$

و

$$V_{Q_n} = \int_{t-\tau_n}^t Q_n(\bar{s}_n(\tau) + \bar{z}_n(\tau)) d\tau \quad (۴۶)$$

تعریف شده‌اند که $\chi_n = (\psi_n - \psi_n^M)$ ، $\Gamma_n = \Gamma_n^T > 0$ ، $\psi_n^0 = \psi_n(0)$ ، $\psi_n^M = \max(\psi_n^*, \psi_n^0)$ و $L > 0$ ، $\gamma_n > 0$

$$Q_n(.) = \sum_{l=1}^n s_n^2(\tau) \varpi_{n,l}^2(\bar{s}_l(\tau) + \bar{z}_l(\tau)) \quad (۴۷)$$

هستند.

مشتق تابع لیپانوف (۴۳) به صورت زیر است:

$$\dot{V}_i \leq -\alpha_{i-10} \left(2V_{i-1} - \sum_{l=1}^{i-1} V_{Q_l} \right) + \sum_{l=1}^{i-1} C_l \\ - k_i^* s_i^2 - \frac{\eta}{2} (\|\bar{\theta}_i\|^2 - \|\theta_i^*\|^2) \\ + \frac{1}{2} \delta_i^{*2} \\ + \left(-\varsigma_i^* y_i^2 \right. \quad (۴۰) \\ \left. - \left(1 - \frac{B_i^2}{M_i^2} \right) \frac{M_i^2 y_i^2}{2\lambda} \right) + \frac{\lambda}{2} \\ + 0.2785 \psi_i^M \varepsilon_{i2} - \frac{\sigma_{i2}}{2} \chi_i^2 \\ + \frac{\sigma_{i2}}{2} (\psi_i^M - \psi_i^0)^2 \\ + \frac{1}{2} s_{i+1}^2 + \frac{1}{2} y_{i+1}^2$$

حال، با توجه به اینکه $1 - \frac{B_i^2}{M_i^2} > 0$ است، می‌توان جمله $\left(1 - \frac{B_i^2}{M_i^2} \right) \frac{M_i^2 y_i^2}{2\lambda}$ را از (۴۰) حذف کرد؛ بنابراین، به صورت زیر درمی‌آید:

$$\dot{V}_i \\ \leq -\alpha_{i-10} \left(2V_{i-1} - \sum_{l=1}^{i-1} V_{Q_l} \right) + \sum_{l=1}^{i-1} C_l \\ - k_i^* s_i^2 - \frac{\eta}{2\lambda_{\max}(\Gamma_i^{-1})} (\bar{\theta}_i^T \Gamma_i^{-1} \bar{\theta}_i) - \varsigma_i^* y_i^2 \\ - \frac{\sigma_{i2}}{2} \chi_i^2 + 0.2785 \psi_i^M \varepsilon_{i2} \\ + \left(\frac{1}{2} \delta_i^{*2} + \frac{\eta}{2} \|\theta_i^*\|^2 + \frac{\lambda}{2} \right) + \frac{\sigma_{i2}}{2} (\psi_i^M - \psi_i^0)^2 \\ + \frac{1}{2} s_{i+1}^2 + \frac{1}{2} y_{i+1}^2 \quad (۴۱) \\ \leq -\alpha_{i0} \left(2V_{i-1} - \sum_{l=1}^{i-1} V_{Q_l} + s_i^2 + \bar{\theta}_i^T \Gamma_i^{-1} \bar{\theta}_i \right. \\ \left. + y_i^2 + \chi_i^2 \right) + \sum_{l=1}^i C_l + \frac{1}{2} s_{i+1}^2 + \frac{1}{2} y_{i+1}^2 \\ \leq -\alpha_{i0} \left(2V_i - \sum_{l=1}^i V_{Q_l} \right) + \sum_{l=1}^i C_l + \frac{1}{2} s_{i+1}^2 \\ + \frac{1}{2} y_{i+1}^2$$

که در آن، پارامترها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$C_i = \frac{1}{2} \delta_i^{*2} + \frac{\eta}{2} \|\theta_i^*\|^2 + \frac{\lambda}{2} + 0.2785 \psi_i^M \varepsilon_{i2} \\ + \frac{\sigma_{i2}}{2} (\psi_i^M - \psi_i^0)^2$$

حال، با استفاده از نامساوی یانگ، (۵۲) و قید ۲ مشتق تابع لیپانوف به صورت زیر درمی‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &\leq -\alpha_{n-10} \left(2V_{n-1} - \sum_{l=1}^{n-1} V_{Q_l} \right) + \sum_{l=1}^{n-1} C_l \\ &+ \frac{3}{2} s_n^2 + \frac{1}{2} y_n^2 + \frac{1}{2} \delta_n^{*2} - s_n g(x) \tilde{\rho} v(t) \\ &+ s_n g(x) \hat{\rho} v(t) + s_n \theta_n^{*T} \xi_n(\bar{x}_n) \\ &+ s_n \Delta_n(\bar{x}_n, t) - s_n \dot{z}_n + \left(\frac{-y_n^2}{\varsigma_n} + |y_n B_n| \right) \quad (53) \\ &+ \tilde{\theta}_n^T \Gamma_n^{-1} \dot{\hat{\theta}}_n + \frac{1}{L} \tilde{\rho} \dot{\hat{\rho}} + \frac{1}{\gamma_n} \chi_n \dot{\chi}_n \\ &+ s_n \left[\frac{1}{2} \sum_{l=1}^n [s_n(t) \varpi_{n,l}^2(\bar{s}_l(t) + \bar{z}_l(t))] \right. \\ &\left. + \frac{n}{2} s_n \right] \end{aligned}$$

براساس این، ورودی به سیستم باید به صورت زیر باشد:

$$\begin{aligned} \alpha_n &= g(x)u(t) = g(x)\rho v(t) \\ &= -k_n s_n - \hat{\theta}_n^T \xi_n(\bar{x}_n) \\ &- \frac{1}{2} \sum_{l=1}^n [s_n(t) \varpi_{n,l}^2(\bar{s}_l(t) \\ &+ \bar{z}_l(t))] - \frac{n}{2} s_n \\ &- \beta_n(\bar{x}_n, \psi_n) + \dot{z}_n \quad (54) \end{aligned}$$

بنابراین، کنترل کننده $v(t)$ به صورت زیر طراحی می‌شود:

$$\begin{aligned} v(t) &= \hat{\rho}^{-1} g(x)^{-1} \left(-k_n s_n - \hat{\theta}_n^T \xi_n(\bar{x}_n) \right. \\ &- \frac{1}{2} \sum_{l=1}^n [s_n(t) \varpi_{n,l}^2(\bar{s}_l(t) \\ &+ \bar{z}_l(t))] - \frac{n}{2} s_n \\ &- \beta_n(\bar{x}_n, \psi_n) + \dot{z}_n \Big) \\ &= \hat{\rho}^{-1} g(x)^{-1} \alpha_n \quad (55) \end{aligned}$$

با استفاده از قید ۱، تابع $\beta_n(\bar{x}_n, \psi_n)$ برای رفع اثر اغتشاش‌های نامعین طراحی می‌شود.

$$\begin{aligned} \beta_n(\bar{x}_n, \psi_n) &= \psi_n(t) p_n(\bar{x}_n) \tanh \left[\frac{s_n p_n(\bar{x}_n)}{\varepsilon_{n2}} \right] \\ \psi_n(t) &= \gamma_n \left[s_n p_n(\bar{x}_n) \tanh \left[\frac{s_n p_n(\bar{x}_n)}{\varepsilon_{n2}} \right] \right. \\ &\left. - \sigma_{n2}(\psi_n - \psi_n^0) \right] \quad (56) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &= \dot{V}_{n-1} + s_n (g(x)u(t) + f_n(\bar{x}_n(t)) \\ &+ h_n(\bar{x}_n(t - \tau_n)) \\ &+ \Delta_n(\bar{x}_n, t) - \dot{z}_n) + y_n \dot{y}_n \\ &+ \tilde{\theta}_n^T \Gamma_n^{-1} \dot{\hat{\theta}}_n + \frac{1}{L} \tilde{\rho} \dot{\hat{\rho}} \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{l=1}^i s_i^2(t) \varpi_{i,l}^2(\bar{s}_l(t) \\ &+ \bar{z}_l(t)) \quad (58) \\ &- \frac{1}{2} \sum_{l=1}^n s_n^2(t) \\ &- \tau_n \omega_{n,l}^2(\bar{s}_l(t - \tau_l) \\ &+ \bar{z}_l(t - \tau_l)) + \frac{1}{\gamma_n} \chi_n \dot{\chi}_n \end{aligned}$$

حال، با توجه به رابطه (۴۲)، تساوی زیر صادق است:

$$\dot{z}_n = \frac{\bar{x}_{dn} - z_n}{\varsigma_n} \quad (59)$$

بنابراین، براساس (۵) و (۴۹)، روابط

$$\dot{z}_n = \frac{-y_n}{\varsigma_n} \quad (50)$$

$$\dot{y}_n = \frac{-y_n}{\varsigma_n} - \dot{x}_{dn} \quad (51)$$

صادق اند که

$$\begin{aligned} -\dot{x}_{dn} &= k_{n-1} \dot{s}_{n-1} + \hat{\theta}_{n-1}^T \xi_{n-1}(\bar{x}_{n-1}) \\ &+ \hat{\theta}_{n-1}^T \frac{\partial \xi_{n-1}(\bar{x}_{n-1})}{\partial (x_1, x_2, \dots, x_{n-1})} \dot{x}_{n-1} \\ &+ \frac{1}{2} \dot{s}_{n-1} \sum_{l=1}^{n-1} \varpi_{n-1,l}^2(\bar{s}_l + \bar{z}_l) \\ &+ s_{n-1} \sum_{l=1}^{n-1} \varpi_{n-1,l}(\bar{s}_l + \bar{z}_l) \left(\dot{s}_l^T \left(\frac{\partial \varpi_{n-1,l}}{\partial \bar{s}_l} \right) \right. \\ &\left. + \dot{z}_l^T \left(\frac{\partial \varpi_{n-1,l}}{\partial \bar{z}_l} \right) \right) + \frac{\partial \beta_{n-1}}{\partial (x_1, x_2, \dots, x_{n-1})} \dot{x}_{n-1} \\ &+ \frac{\partial \beta_{n-1}}{\partial \psi_{n-1}} \dot{\psi}_{n-1} + \frac{\dot{y}_{n-1}}{\varsigma_{n-1}} \\ &= B_n \left(s_1, \dots, s_n, y_2, \dots, y_{n-1}, \hat{\theta}_1, \dots \right. \\ &\left. \hat{\theta}_{n-1}, \psi_1, \dots, \psi_{n-1}, y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r \right) \end{aligned}$$

یک تابع پیوسته است؛ بنابراین، با جایگزینی $\dot{x}_{di}$ در (۵۱)، $\dot{y}_n$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{y}_n &= \frac{-y_n}{\varsigma_n} \\ &+ B_2 \left(s_1, \dots, s_n, y_2, \dots, y_{n-1}, \hat{\theta}_1, \dots \right. \\ &\left. \hat{\theta}_{n-1}, \psi_1, \dots, \psi_{n-1}, y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r \right) \quad (52) \end{aligned}$$

۵ جمله مثبتی است که برآثر تصویرسازی به دست

آمده است و می توان آن را حذف کرد.

$$\omega = \frac{\tilde{\rho}^T}{L} \left[L(s_n \hat{\rho}^{-1} \alpha_n - \sigma \hat{\rho}) - Proj_{[\underline{\rho}, \bar{\rho}]} \{L(s_n \hat{\rho}^{-1} \alpha_n - \sigma \hat{\rho})\} \right] \geq 0$$

لم ۳ [۷]: با در نظر گرفتن مجموعه فشرده

$$\Pi := \{(y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r) | y_r^2 + \dot{y}_r^2 + \ddot{y}_r^2 \leq B_0\}$$

و

$$\Pi_{n-1} := \left\{ \sum_{j=1}^{n-1} s_j^2 + \sum_{j=2}^{n-1} y_j^2 + \sum_{j=1}^{n-1} \tilde{\theta}_j^T \Gamma_j^{-1} \tilde{\theta}_j + \sum_{j=2}^{n-1} \frac{1}{\gamma_j} \chi_j^2 \leq 2\mu \right\}$$

به ازای هر $B_0 > 0$ و $\mu > 0$ ، اندازه تابع $B_n(\cdot)$ به روی $\Pi \times \Pi_{n-1}$ ، کوچک تر از مقدار کران دار M_n است.

$$|B_n(\cdot)| \leq M_n$$

با استفاده از رابطه های معلوم

$$|y_n B_n| \leq \left(\frac{y_n^2 B_n^2}{2\lambda} + \frac{\lambda}{2} \right), \lambda > 0$$

$$2\tilde{\theta}_n^T \hat{\theta}_n \geq \|\tilde{\theta}_n\|^2 - \|\theta_n^*\|^2, 2\tilde{\rho} \hat{\rho} \geq \|\tilde{\rho}\|^2 - \|\rho\|^2$$

و با در نظر گرفتن پارامترهای

$$k_n = \frac{3}{2} + k_n^*, \frac{1}{\varsigma_n} = \frac{1}{2} + \frac{M_n^2}{2\lambda} + \varsigma_n^*$$

و لم ۳، نامساوی (۶۱) به صورت زیر درمی آید:

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq & -\alpha_{n-10} \left(2V_{n-1} - \sum_{l=1}^{n-1} V_{Q_l} \right) + \sum_{l=1}^{n-1} C_l \\ & - k_n^* s_n^2 \\ & - \frac{\eta}{2} (\|\tilde{\theta}_n\|^2 - \|\theta_n^*\|^2) \\ & - \frac{\sigma}{2} (\|\tilde{\rho}\|^2 - \|\rho\|^2) \\ & + \frac{1}{2} \delta_n^{*2} \\ & + \left(-\varsigma_n^* y_n^2 \right. \\ & \left. - \left(1 - \frac{B_n^2}{M_n^2} \right) \frac{M_n^2 y_n^2}{2\lambda} \right) + \frac{\lambda}{2} \\ & + .2785 \psi_n^M \varepsilon_{i2} - \frac{\sigma_{n2}}{2} \chi_n^2 \\ & + \frac{\sigma_{n2}}{2} (\psi_n^M - \psi_n^0)^2 \end{aligned} \quad (62)$$

حال، با توجه به اینکه $1 - \frac{B_n^2}{M_n^2} > 0$ است، می توان

$$\dot{V}_n \text{ جمله } \left(1 - \frac{B_n^2}{M_n^2} \right) \frac{M_n^2 y_n^2}{2\lambda} \text{ را از (۶۲) حذف کرد؛ بنابراین،}$$

به صورت زیر ساده می شود:

$\varepsilon_{n2}, \gamma_n, \sigma_{n2}, \psi_n^0$ ثابت های طراحی و مثبت اند.

با جایگذاری (۳)، (۵۵) و (۵۶) در (۵۳) و استفاده از

نامساوی یانگ، نامساوی زیر حاصل می شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq & -\alpha_{n-10} \left(2V_{n-1} - \sum_{l=1}^{n-1} V_{Q_l} \right) + \sum_{l=1}^{n-1} C_l \\ & + \left(\frac{3}{2} - k_n \right) s_n^2 - \tilde{\theta}_n^T (s_n \xi_n(\bar{x}_n) - \Gamma_n^{-1} \hat{\theta}_n) \\ & - \tilde{\rho} (s_n \hat{\rho}^{-1} \alpha_n - \frac{1}{L} \hat{\rho}) + \frac{1}{2} \delta_n^{*2} + \frac{1}{2} y_n^2 + \left(\frac{-y_n^2}{\varsigma_n} \right. \\ & \left. + |y_n B_n| \right) \\ & + \left(s_n \psi_n^* p_n(\bar{x}_n) \right. \\ & \left. - \psi_n^M s_n p_n(\bar{x}_n) \tanh \left[\frac{s_n p_n(\bar{x}_n)}{\varepsilon_{n2}} \right] \right. \\ & \left. - \sigma_{n2} \chi_n (\psi_n - \psi_n^0) \right) \end{aligned} \quad (57)$$

بنابراین، قانون تطبیق $\hat{\theta}_n$ و $\hat{\rho}$ به صورت زیر طراحی

می شود:

$$\dot{\hat{\theta}}_n = -\eta \Gamma_n \hat{\theta}_n + \Gamma_n \xi_n(\bar{x}_n) s_n \quad (58)$$

$$\dot{\hat{\rho}} = Proj_{[\underline{\rho}, \bar{\rho}]} \{L s_n \hat{\rho}^{-1} \alpha_n - L \sigma \hat{\rho}\} \quad (59)$$

که $\sigma, \eta > 0$ ثابت طراحی اند. برای تخمین $\hat{\rho}$

تصویرسازی در بازه $[\underline{\rho}, \bar{\rho}]$ استفاده می شود.

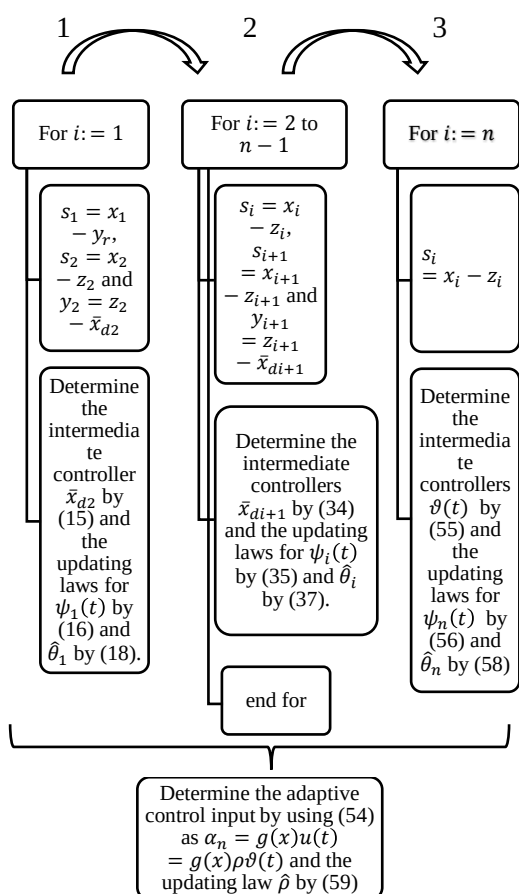
با استفاده از لم ۱، نامساوی زیر به سادگی حاصل می شود:

$$\begin{aligned} s_n \psi_n^* p_n(\bar{x}_n) - s_n \psi_n^M p_n(\bar{x}_n) \tanh \left[\frac{s_n p_n(\bar{x}_n)}{\varepsilon_{n2}} \right] \\ - \sigma_{n2} \chi_n (\psi_n - \psi_n^0) \\ \leq 0.2785 \psi_n^M \varepsilon_{n2} - \frac{\sigma_{n2}}{2} \chi_n^2 \\ + \frac{\sigma_{n2}}{2} (\psi_n^M - \psi_n^0)^2 \end{aligned} \quad (60)$$

با جایگذاری (۵۸)، (۵۹) و (۶۰) در (۵۷)، نامساوی

زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq & -\alpha_{n-10} \left(2V_{n-1} - \sum_{l=1}^{n-1} V_{Q_l} \right) - \omega \\ & + \sum_{l=1}^{n-1} C_l + \left(\frac{3}{2} - k_n \right) s_n^2 \\ & + \frac{1}{2} y_n^2 \\ & + \left(\frac{-y_n^2}{\varsigma_n} + |y_n B_n| \right) \\ & - \eta \tilde{\theta}_n^T \hat{\theta}_n - \sigma \tilde{\rho} \hat{\rho} - \frac{\sigma_{n2}}{2} \chi_n^2 \\ & + .2785 \psi_n^M \varepsilon_{n2} \\ & + \frac{\sigma_{n2}}{2} (\psi_n^M - \psi_n^0)^2 \end{aligned} \quad (61)$$



شکل (۱): الگوریتم روند طراحی کنترل کننده پیشنهادی

۴- شبیه‌سازی

دینامیک سیستم غیرخطی زیر را برای بررسی عملکرد کنترل کننده پیشنهادی در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2(t) + f_1(x_1(t)) + h_1(x_1(t - \tau_1)) \\ &\quad + \Delta_1(\bar{x}_2, t) \\ \dot{x}_2 &= g(x)u(t) + f_2(\bar{x}_2(t)) \\ &\quad + h_2(\bar{x}_2(t - \tau_2)) \\ &\quad + \Delta_2(\bar{x}_2, t)\end{aligned}\quad (64)$$

$$y = x_1$$

توابع و پارامترها به منظور شبیه‌سازی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$\begin{aligned}f_1(x_1(t)) &= x_1^2 + \sin(x_1), \\ h_1(x_1(t)) &= \sin(x_1), \tau_1 = 3, \\ \Delta_1(\bar{x}_n, t) &= 0.6\sin(x_2) \\ f_2(\bar{x}_2(t)) &= x_1x_2^2, \\ h_2(\bar{x}_2(t)) &= x_1x_2, \tau_2 = 2, \\ \Delta_2(\bar{x}_n, t) &= 0.5(x_1^2 + x_2^2)(\sin(t))^3, \\ g(x) &= 1\end{aligned}\quad (65)$$

$$\begin{aligned}\dot{V}_n &\leq -\alpha_{n0} \left(2V_{n-1} - \sum_{l=1}^{n-1} V_{Ql} + s_n^2 \right. \\ &\quad \left. + \tilde{\theta}_n^T \Gamma_n^{-1} \tilde{\theta}_n + y_n^2 + \chi_n^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{L} (\tilde{\rho}^2) \right) + \sum_{l=1}^n C_l \quad (63) \\ &\leq -\alpha_{n0} \left(2V_n - \sum_{l=1}^n V_{Ql} \right) \\ &\quad + \sum_{l=1}^n C_l\end{aligned}$$

که در آن، پارامترها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned}C_n &= \frac{1}{2} \delta_n^{*2} + \frac{\eta}{2} \|\theta_n^*\|^2 + \frac{\sigma}{2} \|\rho\|^2 + \frac{\lambda}{2} \\ &\quad + .2785 \psi_n^M \varepsilon_{n2} \\ &\quad + \frac{\sigma_{n2}}{2} (\psi_n^M - \psi_n^0)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}0 &< \alpha_{n0} \\ &< \min \left(\frac{\eta}{2\lambda_{\max}(\Gamma_n^{-1})}, \frac{\sigma L}{2}, k_n^*, \gamma_n^*, \frac{\gamma_n \sigma_{n2}}{2}, \alpha_{n-10} \right)\end{aligned}$$

می‌توان از (۶۳) دریافت که برای ثابت دلخواه μ اگر

$$\alpha_{n0} > \frac{\sum_{l=1}^n C_l}{2\mu - \sum_{i=1}^n V_{Ql}}$$

باشد، آنگاه روی مجموعه $\dot{V}_n < 0$ ، $V_n = \mu$ خواهد بود؛ در نتیجه، اگر $V_n(0) \leq \mu$ باشد، آنگاه برای $t \geq 0$ ، $V_n(t) \leq \mu$ خواهد بود. بنابراین، تمام سیگنال‌های سیستم حلقه بسته که شامل θ_i ، γ_i ، ψ_i و ρ هستند، کران‌دار یکنواخت نهایی می‌شوند. همچنین، با افزایش مقدار α_{n0} ، خطای ردیابی s_1 به مقدار دلخواه می‌تواند کوچک شود.

روش طراحی توضیح داده شده در قالب یک قضیه در زیر بیان می‌شود.

قضیه ۱: سیستم (۱) با وجود قیدهای ۱ و ۲ و در حضور خرابی عملکرد (۲) در نظر گرفته شده است. استفاده از قانون کنترل (۵۵) و قوانین تطبیق (۵۶)، (۵۸) و (۵۹) تضمین می‌کند همه سیگنال‌های سیستم حلقه بسته کران‌دار یکنواخت نهایی‌اند و خطای ردیابی نیز با انتخاب مناسب پارامترهای طراحی، به مقدار دلخواه می‌تواند کوچک شود.

به منظور جمع‌بندی و شفاف‌سازی بیشتر، روند طراحی کنترل کننده پیشنهادی در زیر به صورت یک بلوک دیاگرام ترسیم شده است.

خرابی عملکرد به صورت زیر اعمال می شود:

$$u(t) = \begin{cases} v(t) & t < 10 \\ 0.4v(t) & t \geq 10 \end{cases} \quad (66)$$

هدف، طراحی کنترل کننده ای است که با آن، خروجی سیستم، ورودی مرجع $y_r = \sin(t)$ را دنبال کند.

توابع $f_1(x_1(t))$ ، $f_2(\bar{x}_2(t))$ ، توابع غیرخطی نامشخص اند که با استفاده از شبکه عصبی RBF، با تابع فعال ساز گوسین تقریب زده می شوند. تعداد نرون ها برای تابع $f_1(x_1(t))$ ، ۱۷ و برای تابع $f_2(\bar{x}_2(t))$ ، ۲۸ در نظر گرفته می شوند. درواقع، $l_1 = 17$ و $l_2 = 28$ هستند که l_i ها اندازه بردارهای $\hat{\theta}_i$ اند. مراکز این توابع نیز با الگوریتم k-means به صورت روی خط به روزرسانی می شوند.

قانون کنترل به صورت زیر انتخاب می شود:

$$\begin{aligned} v(t) = & \hat{\rho}^{-1}g(x)^{-1} \left(-k_2 s_2 - \hat{\theta}_2^T \xi_2(\bar{x}_2) \right. \\ & - \frac{1}{2} \sum_{l=1}^n [s_2(t) \omega_{2,l}^2(\bar{s}_l(t) + \bar{z}_l(t))] - s_2 \\ & \left. - \beta_2(\bar{x}_2, \psi_2) + \dot{z}_2 \right) \\ = & \hat{\rho}^{-1}g(x)^{-1} \alpha_2 \end{aligned} \quad (67)$$

در انتخاب پارامترهای طراحی باید قیود زیر در نظر گرفته

شوند:

قید ۳: با توجه به روابط (۲۰) و (۲۱)، باید $k_1 > \frac{3}{2}$ باشد.

قید ۴: با توجه به روابط (۳۹) و (۴۰)، باید $k_i > 2$ باشد.

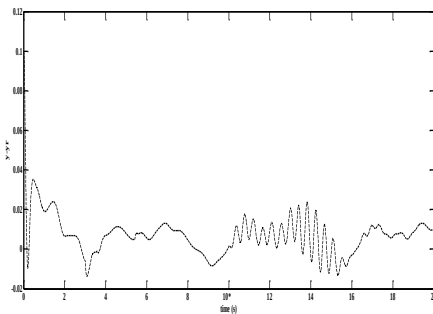
قید ۵: با توجه به روابط (۶۱) و (۶۲)، باید $k_n > \frac{3}{2}$ باشد.

بنابراین، پارامترها به صورت زیر طراحی می شوند:

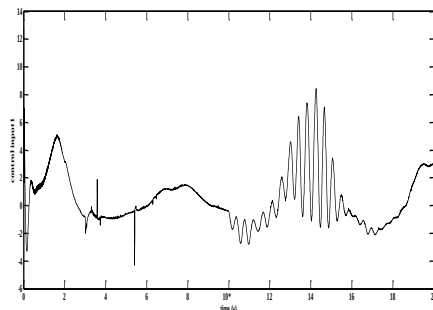
$$\begin{aligned} k_1 = 10, \Gamma_1 = \text{diag}\{2\}, \eta = 1, p_1(x_1) &= 1, \varepsilon_{12} = 0.2, \gamma_1 \\ &= 0.1, \sigma_{12} = 1, \psi_1^0 \\ &= 0.1, \hat{\theta}_1(0) = 0, x_1 \\ &= 0.1, \zeta_2 = .005, \omega_{1,1} \\ &= \frac{|z_1| + |s_1|}{|s_1|}, \\ k_2 = 10, \Gamma_2 = \text{diag}\{1\}, \eta = 1, p_2(\bar{x}_2) &= x_1^2 + x_2^2, \varepsilon_{22} = 0.2, \gamma_2 \\ &= 0.1, \sigma_{22} = 1, \psi_2^0 \\ &= 0.1, \hat{\theta}_2(0) = 0, \hat{\rho}(0) \\ &= 1, x_2 = 0.4, L \\ &= 0.45, \sigma = 0.002, \omega_{2,1} \\ &= |z_1| + |s_1|, \omega_{2,2} \\ &= \frac{(|z_1| + |s_1|)|z_2|}{|s_2|} \end{aligned} \quad (68)$$

که در آنها $\omega_{i,l}$ ها با توجه به $h_i(\cdot)$ های مشخص شده و با اندکی ساده سازی به دست می آیند.

نتایج شبیه سازی در شکل (۲) تا شکل (۶) نشان داده شده اند. با توجه به شکل ها، روش پیشنهادی هدف کنترل را برآورده می کند. خطای ردیابی در شکل (۲) نمایان است که به مقدار کمتر از ۰/۰۲ همگرا می شود. شکل (۳) ورودی کنترل کننده طراحی شده را نشان می دهد. از شکل (۳) دریافت می شود کنترل کننده پیشنهاد شده عملکرد مطلوبی دارد و کران دار است. در شکل (۴) خطای تقریب تابع f_1 نشان داده شده است. همچنین در شکل (۵)، خطای تقریب تابع f_2 نشان داده شده است. همان طور که مشخص است، شبکه عصبی RBF، توابع f_1 و f_2 را به خوبی و با خطای کوچکی تقریب می زند. شکل (۶) نشان دهنده تخمین پارامتر $\hat{\rho}$ است. اغتشاش های موجود در شکل ها در زمان ۱۰ ثانیه به سبب بروز خرابی عملکردند که پس از تخمین $\hat{\rho}$ از بین می روند.



شکل (۲): خطای بین خروجی سیستم و خروجی مطلوب با کنترل کننده پیشنهادی

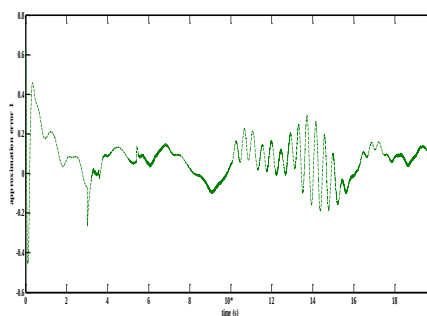


شکل (۳): سیگنال کنترل با کنترل کننده پیشنهادی

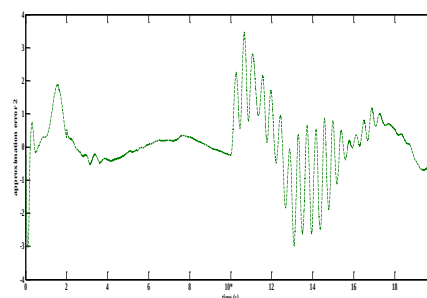
همگرایی خطای ردیابی به یک مقدار کوچک دلخواه در حضور کنترل‌کننده طراحی شده اثبات شده است. نتایج شبیه‌سازی‌ها پایداری سیستم و همگرایی خطای ردیابی به یک مقدار کوچک را با وجود خرابی عملکرد نشان می‌دهد.

مراجع

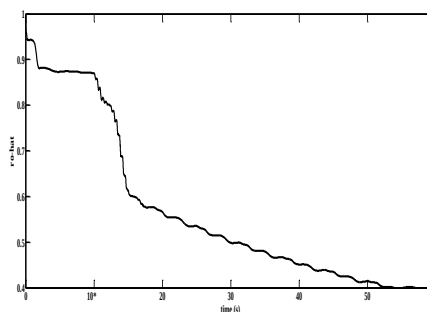
- [1] Kanellakopoulos, I., Kokotovic, P., Marino, R., "Robustness of adaptive nonlinear control under an extended matching condition", IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems Design, pp. 245-250, 1989.
- [2] Nam, K., Araposthathis, A., "A model reference adaptive control scheme for pure-feedback nonlinear systems", Automatic Control, IEEE Transactions on, vol. 33, pp. 803-811, 1988.
- [3] Sastry, S. S., Isidori, A., "Adaptive control of linearizable systems", Automatic Control, IEEE Transactions on, vol. 34, pp. 1123-1131, 1989.
- [4] Erfanian O. A., Pooyan, M., khalighfar, M., "Neuro-Terminal Sliding Control in arm movement using online routing algorithm", Computational Intelligence in Electrical Engineering, vol. 6, pp. 0-35, 2016. Yeşildirek, A., Lewis, F. L., "Feedback linearization using neural networks", Automatica, vol. 31, pp. 1659-1664, 1995.
- [5] Polycarpou, M. M., "Stable adaptive neural control scheme for nonlinear systems", Automatic Control, IEEE Transactions on, vol. 41, pp. 447-451, 1996.
- [6] Liu, Y. J., Tong, S., Li, Y., "Adaptive neural network tracking control for a class of non-linear systems", International Journal of Systems Science, vol. 41, pp. 143-158, 2010.
- [7] Wang, D., Huang, J., "Neural network-based adaptive dynamic surface control for a class of uncertain nonlinear systems in strict-feedback form", Neural Networks, IEEE Transactions on, vol. 16, pp. 195-202, 2005.
- [8] Yoo, S. J., Park, J. B., Choi, Y. H., "Adaptive dynamic surface control for stabilization of parametric strict-feedback nonlinear systems with unknown time delays", Automatic Control, IEEE Transactions on, vol. 52, pp. 2360-2365, 2007.
- [9] Tong, S., Li, Y., Wang, T., "Adaptive fuzzy backstepping fault-tolerant control for uncertain nonlinear systems based on dynamic surface", International Journal of Innovative Computing, Information and Control, vol. 5, pp. 3249-3261, 2009.
- [10] Li, T. S., Wang, D., Feng, G., Tong, S. C., "A DSC approach to robust adaptive NN tracking control for strict-feedback nonlinear systems", Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on, vol. 40, pp. 915-927, 2010.
- [11] Yoo, S. J., Park, J. B., Choi, Y. H., "Adaptive neural control for a class of strict-feedback nonlinear systems with state time delays", Neural



شکل (۴): خطای تقریب تابع f_1 با شبکه عصبی RBF



شکل (۵): خطای تقریب تابع f_2 با شبکه عصبی RBF



شکل (۶): تخمین پارامتر $\hat{\rho}$

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، کنترل‌کننده تطبیقی - عصبی، براساس روش DSC، برای سیستم‌های غیرخطی تأخیردار در حضور خرابی عملکرد طراحی شد. در روند طراحی کنترل‌کننده، برای تقریب توابع نامشخص، از شبکه‌های عصبی RBF استفاده شده است. با معرفی یک تابع لیاپانوف مناسب، قانون کنترل و قوانین تطبیق تعریف شد و در این راستا برای طراحی کنترل‌کننده، با وجود تأخیر زمانی، از تابعی لیاپانوف - کراسوفسکی بهره گرفته شده است. همچنین، خرابی عملکرد از نوع کاهش عملکرد است که کنترل‌کننده در راستای بهبود اثر خرابی طراحی شده است. در پایان، پایداری سیستم و نیز

- systems: State-dependent switching law approach", International Journal of Robust and Nonlinear Control, vol. 29, pp. 1734-1757, 2019.
- [22] Li, D., Li, D., "Adaptive tracking control for nonlinear time-varying delay systems with full state constraints and unknown control coefficients", Automatica, vol. 93, pp. 444-453, 2018.
- [23] Wang, M., Liu, X., Shi, P., "Adaptive neural control of pure-feedback nonlinear time-delay systems via dynamic surface technique", Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on, vol. 41, pp. 1681-1692, 2011.
- [24] Ho, D. W., Li, J., Niu, Y., "Adaptive neural control for a class of nonlinearly parametric time-delay systems", Neural Networks, IEEE Transactions on, vol. 16, pp. 625-635, 2005.
- [25] Tang, X., Tao, G., Joshi, S. M., "Adaptive actuator failure compensation for parametric strict feedback systems and an aircraft application", Automatica, vol. 39, pp. 1975-1982, 2003.
- [26] Su, X., Liu, Z., Lai, G., Chen, C. P., Chen, C. "Direct adaptive compensation for actuator failures and dead-Zone constraints in tracking control of uncertain nonlinear systems", Information Sciences, vol. 417, pp. 328-343, 2017.
- [27] Li, Y., Tong, S., "Adaptive Fuzzy Fault-Tolerant Control for Uncertain Nonlinear Systems", Innovative Computing Information and Control, 2008. ICICIC'08. 3rd International Conference on, pp. 118-118, 2008.
- [28] Jiang, Z. P., Hill, D. J. "A robust adaptive backstepping scheme for nonlinear systems with unmodeled dynamics", IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 44, pp. 1705-1711, 1999.
- [29] Jiang, Z. P., Praly, L. "Design of robust adaptive controllers for nonlinear systems with dynamic uncertainties", Automatica, vol. 34, pp. 825-840, 1998.
- [30] Nguang, S. K., "Robust stabilization of a class of time-delay nonlinear systems", IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 45, p.p. 756-762, 2000.
- [31] Ho, D.W., Li, J. and Niu, Y., "Adaptive neural control for a class of nonlinearly parametric time-delay systems", IEEE Transactions on Neural Networks, vol. 16, p.p. 625-635, 2005.
- [32] Polycarpou, M. M., Ioannou, P. A., "Robust adaptive nonlinear control design", American Control Conference, p.p. 1365-1369, 1993.
- Networks, IEEE Transactions on, vol. 20, pp. 1209-1215, 2009.
- [12] Zhai, D., AN, L., Li, J., Zhang, Q., "Simplified filtering-based adaptive fuzzy dynamic surface control approach for non-linear strict-feedback systems", IET Control Theory & Applications, vol. 11, pp. 493-503, 2016.
- [13] Wang, N., Tong, S., Li, Y., "Observer-based adaptive fuzzy dynamic surface control of nonlinear non-strict feedback system", IET Control Theory & Applications, vol. 13, pp. 3315-3121, 2017.
- [14] Park, J. H., Park, G. T., "Robust adaptive fuzzy controller for non-affine nonlinear systems with dynamic rule activation", International Journal of Robust and Nonlinear Control, vol. 13, pp. 117-139, 2003.
- [15] Park, J. H., Huh, S. H., Kim, S. H., Seo, S. J., Park, G. T., "Direct adaptive controller for nonaffine nonlinear systems using self-structuring neural networks", Neural Networks, IEEE Transactions on, vol. 16, pp. 414-422, 2005.
- [16] Ge, S. S., Wang, J., "Robust adaptive neural control for a class of perturbed strict feedback nonlinear systems", Neural Networks, IEEE Transactions on, vol. 13, pp. 1409-1419, 2002.
- [17] Sun, G., Wang, D., Wang, M., "Robust adaptive neural network control of a class of uncertain strict-feedback nonlinear systems with unknown dead-zone and disturbances", Neurocomputing, vol. 145, pp. 221-229, 2014.
- [18] Ge, S. S., Hong, F., Lee, T. H., "Adaptive neural network control of nonlinear systems with unknown time delays", Automatic Control, IEEE Transactions on, vol. 48, pp. 2004-2010, 2003.
- [19] Yousef, H. A., Hamdy, M., Shafiq, M., "Adaptive fuzzy-based tracking control for a class of strict-feedback SISO nonlinear time-delay systems without backstepping", International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, vol. 20, pp. 339-353, 2012.
- [20] Ge, S. S., Hong, F., Lee, T. H., "Robust adaptive control of nonlinear systems with unknown time delays", Automatica, vol. 41, pp. 1181-1190, 2005.
- [21] Kamali, S., Tabatabaei, S. M., Arefi, M. M., Jahed-Motlagh, M. R., "Prescribed performance adaptive neural output control for a class of switched nonstrict-feedback nonlinear time-delay

¹ Matching conditions

² Adaptive backstepping

³ Single Input-Single Output

⁴ Complexity explosion

⁵ Dynamic Surface Control

⁶ Strict-feedback

⁷ Pure-feedback

⁸ Radial Basis Functions

⁹ Lyapunov-Krasovskii Functionals

¹⁰ Wavelet

¹¹ Perturbed

¹² Young's inequality

