

## **Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control for Gimbal System Based on Super Twisting Sliding Mode Observer**

**Mohammad Reza Soltanpour<sup>1</sup>, Pooria Otadolajam<sup>2</sup>, Seyyed Zeinolabedin Moosavi<sup>3</sup>**

1. Dept. of Electrical Engineering, Shahid Sattari Aeronautical University of Science and Technology, Tehran, Iran

2,3. Dept. of Electrical Engineering, Islamic Azad University, Central Tehran Branch, Tehran, Iran

### **Abstract:**

In this paper, an adaptive fuzzy sliding mode control based on observer is presented to control the position of the two-axis gimbal system in the presence of the dynamics of DC motors. At first, a super twisting sliding mode observer is designed to access the position and speed information of joints of the gimbal system. Then, due to the presence of structured and unstructured uncertainties in the dynamical equations of the gimbal system and its actuators, a sliding mode control for position control is used. Due to the presence of the sign function in the control input, the occurrence of undesirable chattering phenomenon in the control input is inevitable. Therefore, in the following, an adaptive fuzzy approximator is designed, which eliminates the chattering phenomenon in the control input and reduces its amplitude. The mathematical proof shows that the closed loop system with the proposed control and in the presence of the existing uncertainties has a global asymptotic stability. In order to investigate the proposed control performance, three-stage simulations were implemented on a two-axis gimbal system. The results of the simulations show the desired performance of the observer and the proposed control.

**Keywords:** Gimbal System, Uncertainty, Sliding Mode Control, Adaptive Fuzzy Approximator, Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control, Super Twisting Sliding Mode Observer.

## کنترل مد لغزشی فازی تطبیقی برای سیستم گیمبال براساس رویکرد مد لغزشی با پیچش فوق العاده

محمدرضا سلطان پور<sup>۱</sup>، پوریا او طادالعجم<sup>۲</sup>، سیدزین العابدین موسوی<sup>۳</sup>

۱- دانشیار گروه مهندسی برق، دانشکده برق، دانشگاه هوایی شهید ستاری، تهران، ایران

m\_r\_soltanpour@yahoo.com

۲- دانشجوی دکترا، گروه مهندسی برق و کنترل، دانشکده مهندسی، واحد تهران مرکز، دانشگاه آزاد اسلامی،

تهران، ایران

pooria.otad@gmail.com

۳- دانشیار گروه مهندسی برق، دانشکده مهندسی، واحد تهران مرکز، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

SZMoussavi@gmail.com

**چکیده:** در این مقاله، کنترل کننده مد لغزشی فازی تطبیقی مبتنی بر رویکردی، برای کنترل موقعیت سیستم گیمبال دو محوری در حضور دینامیک موتورهای DC ارائه می شود. برای اینکار در ابتدا برای دسترسی به اطلاعات موقعیت و سرعت مفاصل سیستم گیمبال، رویکرد مد لغزشی با پیچش فوق العاده ای طراحی می شود. سپس به دلیل حضور عدم قطعیت های ساختاری و غیرساختاری موجود در معادلات دینامیکی سیستم گیمبال و محرکه های آن، از روش کنترل مد لغزشی برای کنترل موقعیت استفاده شده است. به دلیل حضور تابع علامت در ورودی کنترل، بروز پدیده نامطلوب لرزش در ورودی کنترل سیستم گیمبال امری اجتناب ناپذیر است؛ بنابراین در ادامه تقریب فازی تطبیقی ارائه می شود که بتواند کران عدم قطعیت های موجود را تقریب بزند و باعث حذف پدیده لرزش در ورودی کنترل و کاهش دامنه آن شود. اثبات ریاضی نشان می دهد سیستم حلقه بسته با کنترل پیشنهادی و در حضور عدم قطعیت های موجود، دارای پایداری مجانبی سراسری است. در ادامه برای بررسی عملکرد کنترل پیشنهادی، شبیه سازی هایی در سه مرحله روی سیستم گیمبال دو محوری پیاده سازی شده است. نتایج شبیه سازی ها، عملکرد مطلوب رویکرد و کنترل کننده را نشان می دهند.

**واژه های کلیدی:** سیستم گیمبال، عدم قطعیت، کنترل مد لغزشی، تقریب فازی تطبیقی، کنترل مد لغزشی فازی تطبیقی، رویکرد مد لغزشی با پیچش فوق العاده

### ۱- مقدمه

دفاعی در زمینه هایی نظیر عکسبرداری نظامی، سیستم های کنترل ماهواره، سیستم های کنترل و ناوبری هواپیماهای جنگنده و انواع موشک های زمین به هوا و هوا به زمین و غیره دارند. در واقع تا کنون از گیمبال به عنوان جهت دهنده دقیق، بدون لرزش و پایدار، در فیلمبرداری و تصویربرداری هوایی استفاده شده و حاصل آن منتهی به ثبت فیلم ها و تصاویری با کیفیت و عاری از هر گونه لرزش با جهت و زاویه ای درست و دقیق شده است [۱ و ۲]. همچنین در سکوها ی پرتاب موشک، سیستم ماهواره، هواپیماهای تجاری و جنگنده، گیمبال ها موجب چرخش مناسب و قرار گرفتن در

امروزه سیستم های گیمبال کاربردهای فراوانی در زمینه فیلم برداری حرفه ای، نقشه برداری جغرافیایی، در صنایع

<sup>۱</sup> تاریخ ارسال مقاله : ۱۳۹۶/۰۸/۲۰

تاریخ پذیرش مقاله : ۱۳۹۷/۰۷/۲۱

نام نویسنده مسئول : محمد رضا سلطان پور

نشانی نویسنده مسئول : ایران، تهران، دانشگاه هوایی شهید ستاری، دانشکده برق

زویه ای می شود که هدف گیری دقیق موشک، ارتباط مناسب ماهواره و ناوبری دقیق انواع هواپیماها را میسر می کند.

با توجه به اینکه سیستم گیمبال را در شرایط جوی مختلفی به کار می گیرند، وجود اغتشاش، نویز، اصطکاک های دینامیکی، استاتیکی و عدم قطعیت های ساختاری و غیرساختاری موجب بروز مشکلات فراوانی در کنترل این سیستم می شود. از طرف دیگر، زمانی که قرار باشد گیمبال با وجود عدم قطعیت های موجود، مسیر خاصی را با موقعیت و زوایای متفاوتی ببیند، بروز خطا و جلوگیری نکردن از خطای ردگیری موجب خارج شدن سیستم گیمبال از ناحیه کاری می شود.

به دلایل فوق تا کنون پژوهشگران روش های مختلفی را برای کنترل موقعیت سیستم گیمبال ارائه کرده اند. از جمله این روش های کنترلی، کنترل موقعیت به روش PI [۳]، کنترل PID فازی [۴]، کنترل تطبیقی [۶،۵] و کنترل مد لغزشی [۸،۷] هستند. کنترل کننده های PI یا PID، مبتنی بر مدل نیستند و دارای اصول طراحی و تنظیم نسبتاً ساده ای اند؛ اما عملکرد این کنترل کننده ها در برابر دینامیک های غیرخطی شدید سیستم های غیرخطی تضعیف شده و در حالت ردگیری موقعیت گیمبال، ممکن است باعث ناپایداری سیستم حلقه بسته شوند. اگرچه ترکیب منطق فازی و کنترل PID، مشکلات کنترل کننده PID را تا حدود زیادی در کنترل نقطه تنظیم مرتفع کرده است، مشکلات این روش کنترلی در حالت ردگیری و در حضور دینامیک های به شدت غیرخطی سیستم گیمبال کماکان پابرجا مانده است.

تا کنون پژوهشگران از روش های کنترل تطبیقی یا فازی تطبیقی، برای کنترل موقعیت سیستم های غیرخطی نظیر بازوهای رباتیک و سیستم گیمبال استفاده کرده اند [۹، ۱۰]. تحلیل ریاضی و نتایج شبیه سازی ها عملکرد مطلوب این روش های کنترلی را نشان می دهند؛ اما مشکلات روش های پیشنهادی به قرار زیرند:

- روش های ارائه شده تنها در برابر عدم قطعیت های ساختاری مقاوم اند و در صورت بروز هرگونه اغتشاش خارجی یا دینامیک مدل نشده ای، پایداری سیستم حلقه بسته را تضمین نمی کنند.

- در طراحی روش های پیشنهادی، از قوانین تطبیقی متعددی در ورودی کنترل استفاده شده است؛ بنابراین این امر باعث افزایش حجم محاسبات ورودی کنترل می شود و هزینه های پیاده سازی عملی آن را افزایش می دهد.

کنترل مد لغزشی، یکی از کنترل کننده های مقاومی است که در برابر عدم قطعیت های ساختاری و غیرساختاری، عملکرد مطلوبی را به نمایش گذاشته است. مزایای اصلی کنترل مد لغزشی به عدم حساسیت آن به اغتشاش خارجی، مقاوم بودن در برابر عدم قطعیت های سیستم، تضمین پایداری سیستم، پاسخ دینامیکی سریع و پیاده سازی ساده آن بر می گردد [۷]. از آنجا که در ورودی کنترل مد لغزشی از تابع ناپیوسته استفاده می شود، بروز لرزش در ورودی کنترلی امری اجتناب ناپذیر است.

تاکنون پژوهشگران برای کاهش پدیده نامطلوب لرزش در ورودی کنترل مد لغزشی راهکارهای زیادی را ارائه کرده اند [۷]. اگرچه راهکارهای پیشنهادی تا حد زیادی لرزش در ورودی کنترل را کاهش داده اند، مشکلات این روش ها به قرار زیرند:

- در این روش ها یک لایه مرزی در اطراف سطح لغزش صفر به وجود می آورند. لایه مرزی ایجاد شده باعث نرم شدن ورودی کنترل می شود و پدیده نامطلوب لرزش در ورودی کنترل را کاهش می دهد. اگر بخواهیم ورودی کنترل یک سیگنال کاملاً نرم باقی بماند، باید عرض این لایه مرزی را افزایش دهیم. در این صورت بروز خطای حالت ماندگار در ردگیری موقعیت سیستم غیرخطی نظیر سیستم گیمبال امری اجتناب ناپذیر خواهد بود.

- ایجاد لایه مرزی باعث تضعیف پایداری سیستم حلقه بسته می شود و اگر بخواهیم شرایط پایداری سیستم حلقه بسته را مجدداً بررسی کنیم، تحلیل ریاضی آن بسیار پیچیده خواهد شد.

علاوه بر مطالب فوق، حتی اگر راهکاری پیشنهاد شود که از بروز لرزش در ورودی کنترل مد لغزشی جلوگیری کند و دارای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته محکمی نیز باشد، آنگاه در مرحله پیاده سازی آن نیاز به استفاده از سنسورهای برای دسترسی به اطلاعات موقعیت و سرعت مفاصل

## ۲- معادلات دینامیکی سیستم گیمبال

سیستم گیمبال دو محوری در دو موقعیت زاویه‌ای پیچش و فراز، در واقع دارای دو درجه آزادی است. در شکل ۱، سیستم گیمبالی نمایش داده شده است که گشتاورهای ورودی آن به ترتیب در راستای محورهای ارتفاع و سمت اعمال شده‌اند. معادله دینامیکی سیستم گیمبال در فضای مفصلی و با استفاده از روش لاگرانژ، به شکل ماتریسی زیر به دست می‌آید [۱۱]:

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_d\dot{q} + \tau_d = \tau \quad (1)$$

معادلات فوق، تنها بخش مکانیکی سیستم گیمبال در نظر گرفته شده است و ورودی آن در فضای گشتاور است. اگر برای تحریک مفاصل این سیستم، از موتور DC مغناطیس دائم استفاده شود، آنگاه معادلات دینامیکی سیستم گیمبال در فضای ولتاژ و به صورت زیر خواهد بود [۱۲]:

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + B\dot{q} + F_d\dot{q} + \tau_d = \Gamma V \quad (2)$$

$$u = \Gamma V \quad (3)$$

در معادلات فوق  $D(q) \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  ماتریس اینرسی شامل دینامیک‌های بخش مکانیکی و دینامیک موتورها،  $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  ماتریس کوریولیس،  $G(q) \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$  بردار نیروی گرانش،  $B \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  ماتریس اصطکاک دینامیکی بخش موتورها،  $F_d \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  ماتریس اصطکاک دینامیکی بخش مکانیکی،  $\tau_d \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$  بردار اغتشاش گشتاور مفاصل است. در ضمن نقش اصطکاک استاتیکی بخش مکانیکی سیستم، دینامیک مدل نشده و اغتشاش  $\tau_d$  در نظر گرفته می‌شود.  $V \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$  بردار ولتاژ ورودی و  $\Gamma \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  ماتریس قطری شامل بخش راه‌انداز موتورها هستند.  $q \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$  بردار موقعیت مفاصل،  $\dot{q} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$  بردار سرعت مفاصل و  $\ddot{q} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$  بردار شتاب مفاصل سیستم گیمبال‌اند.

سیستم گیمبال خواهیم داشت. در این صورت با موارد زیر روبه‌رو می‌شویم:

- تهیه تجهیزاتاتی که بتواند موقعیت دقیق مفاصل سیستم گیمبال را فراهم کند، امری ساده و دسترس پذیر است؛ اما در حال حاضر دسترسی به اطلاعات سرعت مفاصل سیستم گیمبال با مشکلاتی نظیر نویز مواجه است.
- تاکنون پژوهشگران حوزه رباتیک، برای دسترسی به سرعت مفاصل، از اطلاعات موقعیت مفاصل مشتقگیری می‌کند. اگرچه راهکار ارائه شده مشکلات مربوط به نویز را مرتفع کرده است، اگر موقعیت مفاصل دارای تغییرات ناگهانی و ناپیوسته باشند، آنگاه عمل مشتقگیری از اطلاعات موقعیت نیز با مشکل مواجه می‌شود.

با توجه به مطالب فوق، در این مقاله کنترل مدلغزشی فازی تطبیقی مبتنی بر رویتگری، برای کنترل موقعیت سیستم گیمبال ارائه می‌شود. در طراحی کنترل پیشنهادی تلاش می‌شود تا مزایای کنترل مدلغزشی، حفظ و معایب آن یعنی پدیده لرزش در ورودی کنترل حذف شود. روش طراحی کنترل پیشنهادی به صورتی است که سیستم حلقه بسته را در حضور تمامی عدم قطعیت‌های موجود، دارای پایداری مجانبی سراسری می‌کند. در ساختار کنترل پیشنهادی، به دلیل استفاده از رویتگر مدلغزشی با پیچش فوق‌العاده، نیاز به سنسورهایی نیست که اطلاعات موقعیت و سرعت مفاصل سیستم گیمبال را فراهم کنند؛ به همین دلیل مشکلات مربوط به نویز موجود در اطلاعات سرعت مفاصل نیز مرتفع می‌شود. در ادامه سازماندهی مقاله به صورتی است که در بخش ۲، معادلات دینامیکی بخش مکانیکی و موتورهای DC سیستم گیمبال آمده است. بخش ۳ مقاله به طراحی رویتگر مدلغزشی با پیچش فوق‌العاده برای سیستم گیمبال اختصاص دارد. روش طراحی کنترل موقعیت مدلغزشی در بخش ۴ و چگونگی طراحی تقریبگر فازی تطبیقی برای تقریب‌زدن کران عدم قطعیت‌ها در بخش ۴-۱ بیان شده است. در ادامه، مزایای کنترل مبتنی بر رویتگر در بخش ۵ تشریح می‌شود و عملکرد رویتگر و کنترل‌کننده، در ۳ مرحله شبیه‌سازی بخش ۶ ارزیابی می‌شود. سرانجام بخش ۷ به نتیجه‌گیری مقاله اختصاص داده شده است.

در رابطه فوق  $\hat{x}_1 = \hat{q}$  و  $\hat{x}_2 = \hat{q}$  بردار تخمین مقادیر حالات سیستم گیمبال،  $\hat{e}_1 = [\hat{e}_{11} \ \hat{e}_{12}]^T$  و  $\hat{e}_2 = [\hat{e}_{21} \ \hat{e}_{22}]^T$  به ترتیب بردارهای خطای تخمین موقعیت و سرعت مفاصل گیمبال اند که به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\hat{e}_1 = x_1 - \hat{x}_1 = q - \hat{q} \quad (۸)$$

$$\hat{e}_2 = x_2 - \hat{x}_2 = \dot{q} - \dot{\hat{q}} \quad (۹)$$

در معادله (۷)، بردار دینامیک  $\hat{f}(t, \hat{x}_1, \hat{x}_2, u)$  برابر است با:

$$\hat{f}(t, \hat{x}_1, \hat{x}_2, u) = -\hat{D}^{-1}(\hat{x}_1) \times (\hat{C}(\hat{x}_1, \hat{x}_2)\hat{x}_2 + \hat{G}(\hat{x}_1) + \hat{B}\hat{x}_2 - u) \quad (۱۰)$$

**نکته ۲:** از مقایسه معادلات (۵) و (۱۰) نتیجه می شود که بردار دینامیک های  $f(t, x_1, x_2, u)$  و  $\hat{f}(t, \hat{x}_1, \hat{x}_2, u)$  از لحاظ ساختار یکسان اند؛ اما مطابق معادلات (۱۲) و (۱۳) به علت وجود بردار خطای تخمین، اختلافی بین این بردارهای دینامیکی وجود خواهد داشت.

با توجه به نکته فوق و با در نظر گرفتن بردار دینامیک نامعلوم، بردار خطای  $e_f = [e_{f1} \ e_{f2}]^T$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$e_f = f(t, x_1, x_2, u) + \xi(t, x_1, x_2, u) - \hat{f}(t, \hat{x}_1, \hat{x}_2, u) \quad (۱۱)$$

از طرف دیگر، مقادیر بردار  $\Delta$  و ماتریس قطری  $\alpha$  به صورت زیر تعریف می شوند:

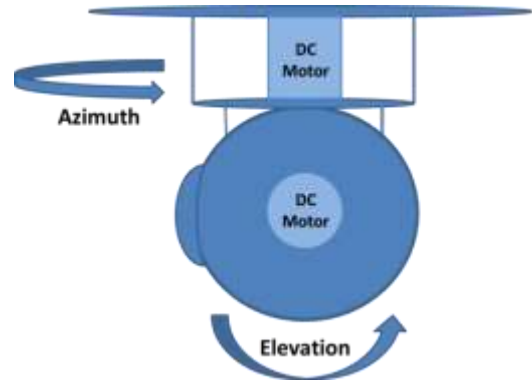
$$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta_1 & 0 \\ 0 & \Delta_2 \end{bmatrix} \quad (۱۲)$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{bmatrix} \quad (۱۳)$$

درخور ذکر است در انتخاب مقادیر معادلات (۱۲) و (۱۳)، شروط زیر باید لحاظ شوند:

۱. کران بالای دینامیک نامعلوم باید مشخص باشد. به عبارت دیگر، باید مقادیر مثبت و معلوم  $P_1$  و  $P_2$  وجود داشته باشند که به ترتیب بزرگتر از اندازه قدر مطلق  $e_{f1}$  و  $e_{f2}$  هستند.

$$|e_{fi}| < P_i \ ; \ i = 1, 2 \quad (۱۴)$$



شکل (۱): سیستم گیمبال با تحریک موتورهای DC مغناطیس دائم

### ۳- طراحی رویکرد مد لغزشی با پیچش فوق العاده برای سیستم گیمبال

برای طراحی رویکرد، ابتدا معادلات دینامیکی سیستم گیمبال به حوزه فضای حالت به صورت زیر انتقال داده می شود [۱۳]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(t, x_1, x_2, u) + \xi(t, x_1, x_2, u) \\ u &= U(t, x_1, x_2, u) \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (۴)$$

که  $f(t, x_1, x_2, u)$  و  $\xi(t, x_1, x_2, u)$  به ترتیب مطابق معادلات (۵) و (۶) تعریف می شوند:

$$f(t, x_1, x_2, u) = -D^{-1}(x_1) \times (C(x_1, x_2)x_2 + G(x_1) + Bx_2 - u) \quad (۵)$$

$$\xi(t, x_1, x_2, u) = -D^{-1}(x_1) \times (F_d x_2 + \tau_d) \quad (۶)$$

در معادلات فوق  $x_2 = \dot{q}$ ،  $x_1 = q$  بردار دینامیک شناخته شده یا معلوم و  $\xi(t, x_1, x_2, u)$  بردار دینامیک نامعلوم یا مدل نشده اند.

**نکته ۱:** اگرچه  $\xi(t, x_1, x_2, u)$  بردار دینامیک نامعلوم یا مدل نشده است، برای طراحی رویکرد فرض بر آن است که کران بالا و پایین مؤلفه های آن معلوم و مشخص است. در ادامه، رویکرد مد لغزشی با پیچش فوق العاده به صورت رابطه (۷) تعریف می شود [۱۳]:

$$\begin{aligned} \hat{x}_1 &= [\hat{x}_{11} \ \hat{x}_{12}]^T \\ \hat{x}_{11} &= \hat{x}_{21} + \Delta_1 |\hat{e}_{11}|^{1/2} \text{sign}(\hat{e}_{11}) \\ \hat{x}_{12} &= \hat{x}_{22} + \Delta_2 |\hat{e}_{12}|^{1/2} \text{sign}(\hat{e}_{12}) \\ \hat{x}_2 &= \hat{f}(t, \hat{x}_1, \hat{x}_2, u) + a \text{sign}(\hat{e}_1) \end{aligned} \quad (۷)$$

بیان شده است، مطابق روابط مذکور، در معادلات (۱۹) و (۲۰) باید  $P_i$  به اندازه کافی بزرگ انتخاب شود:

$$\|\hat{e}_2\| \leq \|\hat{e}_{2,0}\| = \|x_2(t_0)\| \quad (19)$$

$$\|\hat{e}_2\| \leq \|\hat{e}_{2,0}\| + \|x_2\| \leq 2sup\|x_2\| \quad (20)$$

که در رابطه فوق  $t_0$  زمان اولیه است.

#### ۴- طراحی کنترل کننده موقعیت مدلغزشی برای سیستم گیمبال

همان طور که در بخش دوم بیان شد معادلات دینامیکی سیستم گیمبال در حضور دینامیک های موتور مطابق معادله (۲) است. در این بخش از مقاله، کنترل کننده مدلغزشی برای ردگیری موقعیت سیستم گیمبال طراحی می شود که اطلاعات موقعیت و سرعت مفاصل را به جای سنسورها از مقادیر تخمینی رویتر مدلغزشی با پیچش فوق العاده معادله (۱۵) دریافت می کند. برای اینکار بردار خطای ردگیری موقعیت زیر معرفی می شود:

$$e = \hat{q} - q_a \quad (21)$$

در معادله فوق،  $\hat{q}$  بردار تخمین موقعیت مفاصل و  $q_a$  بردار موقعیت مطلوبی است که می خواهیم توسط مفاصل پیموده شود. در واقع بردار موقعیت و سرعت مفاصل سیستم گیمبال توسط رویتر مدلغزشی تخمین زده و این اطلاعات به کنترل کننده موقعیت مدلغزشی ارسال می شود. در این صورت برای دسترسی به اطلاعات موقعیت و سرعت مفاصل سیستم گیمبال، نیازی به استفاده از سنسورهای سرعت و شتاب نیست که هزینه های اقتصادی را افزایش می دهند.

در ادامه بردار خطای سرعت و شتاب مفاصل به صورت زیرند:

$$\dot{e} = \dot{\hat{q}} - \dot{q}_a \quad (22)$$

$$\ddot{e} = \ddot{\hat{q}} - \ddot{q}_a \quad (23)$$

که  $\hat{q}$ ،  $\dot{\hat{q}}$ ،  $\ddot{\hat{q}}$  و  $\hat{q}_a$ ،  $\dot{q}_a$ ،  $\ddot{q}_a$  به ترتیب مشتق اول و دوم بردار تخمینی موقعیت مفاصل، سرعت و شتاب مطلوب مفاصل

۲. باید اندازه مقادیر  $\alpha_1 > P_1$  و  $\alpha_2 > P_2$  باشند.

۳. انتخاب مقادیر  $\Delta_1$  و  $\Delta_2$  باید به گونه ای انجام شود

$$\text{که } \begin{cases} \Delta_1 > \left(\sqrt{\frac{2}{\alpha_1 - P_1}}\right) \frac{(\alpha_1 + P_1)(1 + \rho_1)}{(1 - P_1)} \\ \Delta_2 > \left(\sqrt{\frac{2}{\alpha_2 - P_2}}\right) \frac{(\alpha_2 + P_2)(1 + \rho_2)}{(1 - P_2)} \end{cases} \text{ باشند.}$$

۴.  $\rho_1$  و  $\rho_2$  مقادیری ثابت بین صفر و یک انتخاب

می شوند.

در ضمن معادله (۷) را می توان کاملاً به فرم برداری

به صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + \Delta |\hat{e}_1|^{1/2} \text{sign}(\hat{e}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 &= \hat{f}(t, \hat{x}_1, \hat{x}_2, u) + a \text{sign}(\hat{e}_1) \end{aligned} \quad (15)$$

که در رابطه فوق،  $\Delta$  به صورت زیر است:

$$\Delta \in R^{2 \times 2} \quad (16)$$

در صورتی که مقادیر رویتر مدلغزشی با پیچش فوق العاده معادله (۱۵) براساس  $\Delta$  شرط فوق انتخاب شوند، آنگاه بردارهای تخمینی  $\hat{x}_1$  و  $\hat{x}_2$  در زمانی محدود به سمت بردارهای حالت  $x_1$  و  $x_2$  همگرا می شوند. در این صورت معادله بردارهای خطای تخمین از تفاضل معادلات (۴) و (۱۵) به صورت زیر به دست می آیند که با گذشت زمان این بردارها به سمت صفر همگرا می شوند [۱۳]:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{e}}_1 &= \hat{e}_2 - \Delta |\hat{e}_1|^{1/2} \text{sign}(\hat{e}_1) \\ \dot{\hat{e}}_2 &= e_f - a \text{sign}(\hat{e}_1) \end{aligned} \quad (17)$$

در رابطه (۱۷)،  $e_f$  اشاره به شرط شماره ۱ دارد. در واقع برای اثبات همگرایی معادلات فضای حالت تخمینی به سمت معادلات فضای حالت واقعی، ضروری است که ابتدا  $\hat{e}_1$  و  $\dot{\hat{e}}_2$  به سمت صفر همگرا شوند. مسئله دیگری که در تکنیک مدلغزشی با پیچش فوق العاده وجود دارد، مدت زمان همگرایی خطای تخمین به سمت صفر است. مجموع زمان همگرایی با معادله (۱۸) به دست می آید [۱۳]:

$$T \leq \sum \frac{|\dot{\hat{e}}_{1ij}|}{(\alpha_i - P_i)} \quad (18)$$

در معادله (۱۸)،  $T$  محدود است و معادلات فضای حالت تخمینی در زمانی محدود به سمت معادلات فضای حالت واقعی همگرا می شوند و در روابط مذکور  $i = 1, 2$  است. با توجه به اینکه اثبات براساس نامساوی رابطه (۱۴)

$$u_s = K \text{sign}(s) \quad (30)$$

معادلات (25) و (26) در (27) جایگذاری می شود:

$$u = \hat{D}(\hat{q})(\ddot{q} - \dot{s}) + \hat{C}(\hat{q}, \dot{\hat{q}})(\dot{q} - s) + \hat{G}(\hat{q}) - As - K \text{sign}(s) \quad (31)$$

در ادامه برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته در حضور کنترل مد لغزشی، معادله (31) در (2) و (3) جایگذاری و به صورت زیر مرتب می شود:

$$\begin{aligned} & \hat{D}(\hat{q})\ddot{q} - D(q)\ddot{q} + \hat{C}(\hat{q}, \dot{\hat{q}})\dot{q} - C(q, \dot{q})\dot{q} \\ & + \hat{G}(\hat{q}) - G(q) - B\dot{q} - F_s\dot{q} - \tau_d \\ & - \hat{D}(\hat{q})\dot{s} - \hat{C}(\hat{q}, \dot{\hat{q}})s - As - k \text{sign}(s) = 0 \end{aligned} \quad (32)$$

برای ساده سازی معادلات، از  $\hat{D}(\hat{q})\ddot{q} - D(q)\ddot{q} = \Delta D$ ،  $\hat{C}(\hat{q}, \dot{\hat{q}})\dot{q} - C(q, \dot{q})\dot{q} = \Delta C$  و  $\hat{G}(\hat{q}) - G(q) = \Delta G$  استفاده و تمامی عدم قطعیت های موجود به صورت زیر با  $\Delta F$  نمایش داده می شود:

$$\Delta F = \Delta D + \Delta C + \Delta G - B\dot{q} - F_s\dot{q} - \tau_d \quad (33)$$

از معادلات (32) و (33) نتیجه می شود:

$$\hat{D}(\hat{q})\dot{s} = \Delta F - \hat{C}(\hat{q}, \dot{\hat{q}})s - As - k \text{sign}(s) \quad (34)$$

برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته، تابع منتخب لیپانوف زیر پیشنهاد می شود:

$$V = \frac{1}{2} s^T \hat{D}(\hat{q}) s \quad (35)$$

با توجه به اینکه  $\hat{D}(q)$  همواره یک ماتریس مثبت معین و متقارن است، برای  $s \neq 0$ ،  $V > 0$  می شود.

از تابع منتخب لیپانوف، نسبت به زمان مشتق می گیریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} \dot{s}^T \hat{D}(\hat{q}) s + \frac{1}{2} s^T \dot{\hat{D}}(\hat{q}) s + \frac{1}{2} s^T \hat{D}(\hat{q}) \dot{s} \\ &= s^T \hat{D}(\hat{q}) \dot{s} + \frac{1}{2} s^T \dot{\hat{D}}(\hat{q}) s \end{aligned} \quad (36)$$

با ساده سازی معادله (36) و با جایگذاری معادله (34) داریم:

سیستم گیمبال هستند. حال بردار سطح لغزش به صورت زیر بیان می شود:

$$s = \dot{e} + \lambda e \quad (24)$$

در معادله فوق،  $\lambda = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2]$  ماتریس قطری است با مؤلفه های ثابت و مثبت. افزایش و کاهش مؤلفه های  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  سرعت پایداری مجانبی بردار سطح لغزش را کاهش یا افزایش می دهد. در ادامه بردار سرعت مرجع  $\dot{q}_r$  بردار شتاب مرجع  $\ddot{q}_r$  به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\dot{q}_r = \dot{q} - s = \dot{q}_d - \lambda e \quad (25)$$

$$\ddot{q}_r = \ddot{q} - \dot{s} = \ddot{q}_d - \lambda \dot{e} \quad (26)$$

**قضیه:** سیستم حلقه بسته با ورودی کنترل زیر، در حضور عدم قطعیت های ساختاری و غیرساختاری موجود در معادلات دینامیکی سیستم گیمبال و محرکه های DC آن دارای پایداری مجانبی سراسری است.

$$u = \hat{D}(\hat{q})\ddot{q}_r + \hat{C}(\hat{q}, \dot{\hat{q}})\dot{q}_r + \hat{G}(\hat{q}) - As - k \text{sign}(s) \quad (27)$$

که  $\hat{D}(\hat{q})$  تخمینی از ماتریس اینرسی،  $\hat{C}(\hat{q}, \dot{\hat{q}})$  تخمینی از ماتریس کوریولیس،  $\hat{G}(\hat{q})$  تخمینی از بردار نیروی گرانش،  $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  و  $K \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  نیز ماتریس هایی قطری با مؤلفه های ثابت و مثبت اند.

### اثبات:

برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته، کنترل کننده (27) به دو بخش تقسیم می شود. بخش نخست، کنترل  $u_s$  است که وظیفه سوئیچ کردن را بر عهده دارد. این بخش از کنترل کننده به گونه ای طراحی می شود تا سطح لغزش را به سمت صفر همگرا کند. بخش دوم کنترل کننده،  $\hat{u}$  است که به کنترل معادل نیز مشهور است. این بخش از کنترل کننده را طوری طراحی می کنند که سطح لغزش را در مقدار صفر نگه دارد؛ بنابراین کنترل کننده (27) به صورت زیر بخش بندی می شود:

$$u = \hat{u} - u_s \quad (28)$$

$$\hat{u} = \hat{D}(\hat{q})\ddot{q}_r + \hat{C}(\hat{q}, \dot{\hat{q}})\dot{q}_r + \hat{G}(\hat{q}) - As \quad (29)$$

۵- طراحی تقریبگر فازی تطبیقی، برای تقریب کردن کران عدم قطعیت‌های موجود و جلوگیری از بروز لرزش در ورودی کنترل مدلفزشی

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T (\Delta F - \hat{C}(\hat{q}, \dot{\hat{q}})s - As - k \text{sign}(s)) \\ &\quad + \frac{1}{2} s^T \hat{D}(\hat{q})s \\ &= -s^T As + s^T (\Delta F - k \text{sign}(s)) + \\ &\quad s^T \left( \frac{1}{2} \hat{D}(\hat{q}) - \hat{C}(\hat{q}, \dot{\hat{q}}) \right) s \end{aligned} \quad (37)$$

با توجه به اینکه  $\frac{1}{2} \hat{D}(\hat{q}) - \hat{C}(\hat{q}, \dot{\hat{q}}) = 0$  است، معادله فوق به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -s^T As + s^T (\Delta F - k \text{sign}(s)) \\ &= -s^T As + \sum_{i=1}^2 s_i [\Delta F_i - k_i \text{sign}(s)] \end{aligned} \quad (38)$$

در این بخش از مقاله، برای کاهش یا از بین بردن لرزش در ورودی کنترل، از تقریبگر فازی تطبیقی استفاده می‌شود. با توجه به اینکه ورودی کنترل سیستم گیمبال یک بردار  $2 \times 1$  است، دو تقریبگر فازی تطبیقی یک ورودی - یک خروجی به گونه‌ای طراحی می‌شود که قادر باشند کران عدم قطعیت‌های موجود را تقریب بزنند.

در طراحی این تقریبگرهای فازی، از فازی‌ساز منفرد، موتور استنتاج ضرب ممدانی و غیرفازی‌ساز میانگین مراکز استفاده می‌شود. با توجه به ویژگی‌های بیان‌شده نتیجه می‌شود خروجی تقریبگرهای فازی تطبیقی به صورت زیر خواهند بود [۱۵، ۱۴]:

$$\eta_i = \frac{\sum_{m=1}^M \theta_{\eta_i}^m \mu_{A_i^m}(s_i)}{\sum_{m=1}^M \mu_{A_i^m}(s_i)} = \theta_{\eta_i}^T \Psi_{\eta_i}(s_i), \quad i = 1, 2 \quad (39)$$

که  $m$  تعداد قوانین فازی،  $\theta_{\eta_i}^T$  بردار مراکز توابع عضویت،  $\mu_{A_i^m}(s_i)$  درجه عضویت و  $\Psi_{\eta_i}(s_j)$  ارتفاع مراکز توابع عضویت این تقریبگرهای فازی‌اند. برای نمایش ساده‌تر معادله (۳۲)،  $\theta_{\eta_i}^T$ ،  $\eta_i$  و  $\Psi_{\eta_i}(s_j)$  و  $\mu_{A_i^m}(s_i)$  به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\theta_{\eta_i}^T = [\theta_{\eta_i}^1, \dots, \theta_{\eta_i}^M]^T \quad (40)$$

$$\Psi_{\eta_i}(s_i) = [\Psi_{\eta_i}^1, \dots, \Psi_{\eta_i}^M]^T \quad (41)$$

$$\mu_{\eta_i}^m(s_i) = \frac{\mu_{A_i^m}(s_i)}{\sum_{m=1}^M \mu_{A_i^m}(s_i)} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \eta_i &= \theta_{\eta_i}^T \Psi_{\eta_i}(s_i) \Leftrightarrow \eta_i \\ &= \frac{\sum_{m=1}^M \theta_{\eta_i}^m \mu_{A_i^m}(s_i)}{\sum_{m=1}^M \mu_{A_i^m}(s_i)} \end{aligned} \quad (43)$$

در طراحی این سیستم‌های فازی، از توابع عضویت گوسی استفاده می‌شود تا ورودی کنترل را مشتق‌پذیر کند:

برای  $k_i > |\Delta F_i|$  همیشه  $s_i [\Delta F_i - k_i \text{sign}(s)] \leq 0$  می‌شود و به همین دلیل  $\dot{V} < 0$  می‌شود؛ بنابراین با شروط بیان‌شده، این کنترل‌کننده سیستم حلقه بسته را دارای پایدار مجانبی سراسری می‌کند.

در معادله (۳۱) به دلیل حضور تابع ناپیوسته  $\text{sign}(s)$ ، بروز لرزش در ورودی کنترل امری اجتناب‌ناپذیر خواهد بود. بروز پدیده نامطلوب لرزش در ورودی کنترل، تبعات زیر را به دنبال خواهد داشت:

۱. بروز لرزش در ورودی کنترل، تحریک دینامیک‌های غیرخطی سیستم را به دنبال دارد و این امر احتمال وقوع پدیده تشدید را افزایش می‌دهد.

۲. بروز لرزش در ولتاژ ورودی موتورهای الکتریکی، طول عمر آنها را کاهش می‌دهد.

بنابراین مشکلات فوق باعث می‌شوند حتی اگر اثبات شود که سیستم حلقه بسته در حضور کنترل پیشنهادی دارای پایداری مجانبی است، مسئله پیاده‌سازی این کنترل‌کننده با مشکل مواجه می‌شود. به همین دلیل در این مرحله، با استفاده از منطق فازی، شیوه طراحی کنترل پیشنهادی را به گونه‌ای تغییر می‌دهیم که از بروز پدیده لرزش در ورودی کنترل اجتناب شود. آنگاه اثبات پایداری سیستم حلقه بسته را در حضور کنترل پیشنهادی ادامه می‌دهیم.



کنترل مد لغزشی فازی تطبیقی برای سیستم گیمبال براساس رویکرد مد لغزشی با پیچش فوق العاده

مطابق شکل (۳)، توابع عضویت مربوط به متغیرهای

زبانی  $N$  و  $P$  به صورت زیر انتخاب شده اند:

$$\mu_{A_i^m}(s_i) = \frac{1}{1 + [\exp(\frac{s_i - \alpha_i^m}{\sigma_i^m})]^2} \quad (47)$$

اگر فرض شود که  $\beta$  کران بالای تمامی عدم قطعیت های ساختاری و غیرساختاری موجود در معادلات دینامیکی سیستم گیمبال و محرکه های آن است، بنابراین ما به دنبال تقریب زدن این کران عدم قطعیت ها هستیم. در ادامه تقریبگرهای فازی تطبیقی به گونه ای طراحی می شوند که قادر باشند  $\beta$  را تقریب بزنند. برای اینکار و براساس مطالب فوق نتیجه می شود خروجی تقریبگرهای فازی تطبیقی به صورت زیرند:

$$\beta_i = \theta_{\beta_i}^T \Psi_{\eta_i}(s_i) \quad (48)$$

با توجه به اینکه هدف از طراحی تقریبگرها، تقریب کران عدم قطعیت ها و جلوگیری از بروز پدیده نامطلوب لرزش در ورودی کنترل است، در معادله (۳۱) به جای استفاده از بخش  $ksign(s)$  از خروجی تقریبگرهای فازی تطبیقی به صورت زیر استفاده می شود:

$$\begin{aligned} u &= \bar{D}(\hat{q})\ddot{q}_r + \hat{C}(\hat{q}, \dot{\hat{q}})\dot{q}_r + \hat{G}(\hat{q}) - As - \beta \Leftrightarrow \\ u &= \bar{D}(\hat{q})(\ddot{q} - \dot{s}) + \hat{C}(\hat{q}, \dot{\hat{q}})(\dot{q} - s) \\ &\quad + \hat{G}(\hat{q}) - As - \beta \end{aligned} \quad (49)$$

در ادامه برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته در حضور کنترل مد لغزشی فازی تطبیقی، معادله (۴۲) در (۲) و (۳) جایگذاری و به صورت زیر مرتب می شود:

$$\begin{aligned} D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + B\dot{q} + F_s\dot{q} + \tau_d = \\ \bar{D}(\hat{q})(\ddot{q} - \dot{s}) + \hat{C}(\hat{q}, \dot{\hat{q}})(\dot{q} - s) + \hat{G}(\hat{q}) - As - \beta \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} \bar{D}(\hat{q})\ddot{q} - D(q)\ddot{q} + \hat{C}(\hat{q}, \dot{\hat{q}})\dot{q} - C(q, \dot{q})\dot{q} \\ + \hat{G}(\hat{q}) - G(q) - B\dot{q} - F_s\dot{q} - \tau_d \\ - \bar{D}(\hat{q})\dot{s} - \hat{C}(\hat{q}, \dot{\hat{q}})s - As - Ksign(s) = 0 \end{aligned} \quad (51)$$

از معادلات (۵۱) و (۳۳) نتیجه می شود:

$$\bar{D}(\hat{q})\dot{s} = \Delta F - \hat{C}(\hat{q}, \dot{\hat{q}})s - As - \beta \quad (52)$$

$$\mu_{A_i^m}(s_i) = \exp[-(\frac{s_i - \alpha_i^m}{\sigma_i^m})^2] \quad (44)$$

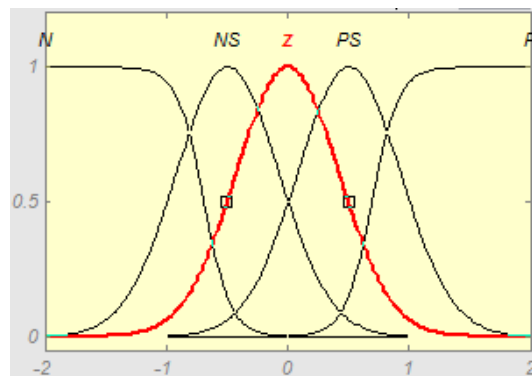
که  $\sigma_i^m$  و  $\alpha_i^m$  به ترتیب بیان کننده مراکز و گستردگی توابع عضویت  $A_i^m$  هستند. در طراحی تقریبگرهای فازی تطبیقی از قواعد فازی به شکل زیر استفاده می شود:

$$\text{If } s_i \text{ is } A_i^m, \text{ then } \eta_i \text{ is } B_i^m \quad (45)$$

که  $B_i^m$  و  $A_i^m$  به ترتیب توابع عضویت بخش فرض و نتیجه این قواعد فازی اند. درخور ذکر است در طراحی تقریبگرها، متغیرهای زبانی و توابع عضویت متغیر ورودی  $s_i$  و متغیر خروجی  $\eta_i$  به صورت یکسان و مطابق جدول (۱) و شکل (۲) در نظر گرفته شده اند.

جدول (۱): متغیرهای زبانی استفاده شده در پایگاه قواعد فازی

تقریبگرهای فازی تطبیقی	
N	منفی
NS	منفی کوچک
Z	صفر
PS	مثبت کوچک
P	مثبت



شکل (۲): توابع عضویت استفاده شده در متغیرهای ورودی و خروجی تقریبگرهای فازی تطبیقی

بر اساس جدول (۱) و شکل (۲)، قواعد فازی موجود در پایگاه قواعد تقریبگرهای فازی تطبیقی به صورت زیر تنظیم شدند:

$$\begin{aligned} \text{If } s_i \text{ is } N, \text{ then } \eta_i \text{ is } N \\ \text{If } s_i \text{ is } NS, \text{ then } \eta_i \text{ is } NS \\ \text{If } s_i \text{ is } Z, \text{ then } \eta_i \text{ is } Z \\ \text{If } s_i \text{ is } PS, \text{ then } \eta_i \text{ is } PS \\ \text{If } s_i \text{ is } P, \text{ then } \eta_i \text{ is } P \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T (\Delta F - \hat{C}(\hat{q}, \dot{\hat{q}})s - As - \beta) \\ &+ \frac{1}{2} s^T \hat{D}(\hat{q})s + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{z_{s_i}} \tilde{\theta}_{\beta_i}^T \dot{\tilde{\theta}}_{\beta_i} \\ &= -s^T As + s^T (\Delta F - \beta) + \\ s^T \left( \frac{1}{2} \hat{D}(\hat{q}) - \hat{C}(\hat{q}, \dot{\hat{q}}) \right) s &+ \sum_{i=1}^2 \frac{1}{z_{s_i}} \tilde{\theta}_{\beta_i}^T \dot{\tilde{\theta}}_{\beta_i} \end{aligned} \quad (59)$$

با توجه به اینکه  $\frac{1}{2} \hat{D}(\hat{q}) - \hat{C}(\hat{q}, \dot{\hat{q}}) = 0$  است، معادله فوق به صورت زیر ساده می شود:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -s^T As + s^T (\Delta F - \beta) + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{z_{s_i}} \tilde{\theta}_{\beta_i}^T \dot{\tilde{\theta}}_{\beta_i} \\ &= -s^T As + \sum_{i=1}^2 s_i [\Delta F_j - \beta_i] \\ &+ \sum_{i=1}^2 \frac{1}{z_{s_i}} \tilde{\theta}_{\beta_i}^T \dot{\tilde{\theta}}_{\beta_i} \end{aligned} \quad (60)$$

زمانی که رابطه  $\beta_i = \tilde{\theta}_{\beta_i}^T \Psi_{\eta_i}(s_i) + \theta_{\beta_{id}}^T \Psi_{\eta_i}(s_i)$  بر قرار باشد، آنگاه:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -s^T As + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{z_{s_i}} \tilde{\theta}_{\beta_i}^T \dot{\tilde{\theta}}_{\beta_i} + \\ \sum_{i=1}^2 (s_i [\Delta F_j - (\tilde{\theta}_{\beta_i}^T \Psi_{\eta_i}(s_i) + \theta_{\beta_{id}}^T \Psi_{\eta_i}(s_i))]) & \\ = -s^T As + \sum_{i=1}^2 s_i [\Delta F_j - \theta_{\beta_{id}}^T \Psi_{\eta_i}(s_i)] & \\ + \sum_{i=1}^2 (-s_i \tilde{\theta}_{\beta_i}^T \Psi_{\eta_i}(s_i)) + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{z_{s_i}} \tilde{\theta}_{\beta_i}^T \dot{\tilde{\theta}}_{\beta_i} & \\ = -s^T As + \sum_{i=1}^2 s_i [\Delta F_j - \theta_{\beta_{id}}^T \Psi_{\eta_i}(s_i)] & \\ + \sum_{i=1}^2 \left[ -s_i \tilde{\theta}_{\beta_i}^T \Psi_{\eta_i}(s_i) + \frac{1}{z_{s_i}} \tilde{\theta}_{\beta_i}^T \dot{\tilde{\theta}}_{\beta_i} \right] & \\ = -s^T As + \sum_{i=1}^2 s_i [\Delta F_i - \theta_{\beta_{id}}^T \Psi_{\eta_i}(s_i)] & \\ + \sum_{j=1}^2 \tilde{\theta}_{\beta_i}^T \left[ -s_i \Psi_{\eta_i}(s_i) + \frac{1}{z_{s_i}} \dot{\tilde{\theta}}_{\beta_i} \right] & \end{aligned} \quad (61)$$

مادامی که قانون تطبیقی برابر با  $\dot{\tilde{\theta}}_{\beta_i} = s_i z_{s_i} \Psi_{\eta_i}(s_i)$  باشد، آنگاه:

در ادامه فرض می شود که مقدار مطلوبی در رابطه (55) است که باعث می شود  $\beta_i = \theta_{\beta_{id}}^T \Psi_{\eta_i}(s_i)$  به گونه ای  $\Delta F_i$  را تقریب بزند که مطابق تئوری مرجع [15]،  $\delta_i > 0$  وجود داشته باشد که شرط زیر را ارضا کند:

$$|\Delta F_i - \theta_{\beta_{id}}^T \Psi_{\eta_i}(s_i)| \leq \delta_i \quad (53)$$

که برای افزایش دقت تقریبگرها، ثابت مثبت  $\delta_i$ ، تا جایی که امکان دارد باید کوچک انتخاب شود. در ادامه معادله خطای تقریبگرهای فازی تطبیقی به صورت زیر تعیین می شود:

$$\tilde{\theta}_{\beta_i} = \theta_{\beta_i} - \theta_{\beta_{id}} \quad (54)$$

(54) در (52) جایگذاری می شود:

$$\beta_i = \tilde{\theta}_{\beta_i}^T \Psi_{\eta_i}(s_i) + \theta_{\beta_{id}}^T \Psi_{\eta_i}(s_i) \quad (55)$$

قانون تطبیقی را می توان به صورت زیر انتخاب کرد:

$$\dot{\tilde{\theta}}_{\beta_i} = s_i z_{s_i} \Psi_{\eta_i}(s_i) \quad (56)$$

که  $z_{s_i}$  یک ثابت مثبت و کوچک است. برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته، تابع منتخب لیپانوف زیر پیشنهاد می شود:

$$V = \frac{1}{2} s^T \hat{D}(\hat{q})s + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \frac{1}{z_{s_i}} \tilde{\theta}_{\beta_i}^T \tilde{\theta}_{\beta_i} \quad (57)$$

با توجه به اینکه  $\hat{D}(q)$  همواره یک ماتریس مثبت معین و متقارن و  $\tilde{\theta}_{\beta_i}^T \tilde{\theta}_{\beta_i} \geq 0$  است، برای  $s \neq 0$ ،  $V > 0$  می شود. از تابع منتخب لیپانوف نسبت به زمان مشتق می گیریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} s^T \hat{D}(\hat{q})\dot{s} + \frac{1}{2} s^T \dot{\hat{D}}(\hat{q})s + \frac{1}{2} s^T \hat{D}(\hat{q})\dot{s} \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \left( \frac{1}{z_{s_i}} \tilde{\theta}_{\beta_i}^T \dot{\tilde{\theta}}_{\beta_i} + \frac{1}{z_{s_i}} \tilde{\theta}_{\beta_i}^T \dot{\tilde{\theta}}_{\beta_i} \right) \\ &= s^T \hat{D}(\hat{q})\dot{s} + \frac{1}{2} s^T \dot{\hat{D}}(\hat{q})s + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{z_{s_i}} \tilde{\theta}_{\beta_i}^T \dot{\tilde{\theta}}_{\beta_i} \end{aligned} \quad (58)$$

با ساده سازی معادله (58) و با جایگذاری معادله (52) داریم:

در معادله فوق،  $\gamma$  یک ماتریس مثبت معین و قطری است. در صورتی که ثابت‌های  $\gamma_i > a_i$  انتخاب شوند، آنگاه  $(A - \gamma)$  یک ماتریس مثبت معین و قطری می‌شود و  $-s^T(A - \gamma)s \leq 0$  می‌شود؛ بنابراین:

$$\dot{V} \leq \sum_{i=1}^2 (-a_i s_i^2 + \gamma_i s_i^2) = -s^T(A - \gamma)s \leq 0 \quad (67)$$

در معادله (67)، مشتق تابع لیاپانف همواره کوچک‌تر از صفر است و فقط زمانی  $\dot{V} = 0$  می‌شود که  $s = 0$  باشد؛ بنابراین مطابق قضیه لاسال [16]، بردار سطح لغزش به سمت صفر همگرا می‌شود. در این صورت  $\lim_{t \rightarrow \infty} s = \lim_{t \rightarrow \infty} (\dot{e} + \lambda e) = 0$ ؛ بنابراین  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{q} = \dot{q}_d$  و  $\lim_{t \rightarrow \infty} q = q_d$  خواهند شد و قضیه اثبات می‌شود.

به عبارت دیگر، اثبات می‌شود که سیستم حلقه بسته با کنترل مد لغزشی فازی تطبیقی معادله (55)، در حضور تمامی عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری موجود در معادلات دینامیکی سیستم گیمبال و محرکه‌های DC آن، دارای پایداری مجانبی سراسری است و خطاهای ردگیری موقعیت و سرعت مفاصل سیستم گیمبال را به سمت صفر همگرا می‌کند.

$$\dot{V} = -s^T A s + \sum_{i=1}^2 s_i [\Delta F_i - \theta_{\beta_{id}}^T \Psi_{\eta_i}(s_i)] \quad (62)$$

مطابق تئوری بیان‌شده در مرجع [15]، می‌توان تقریب‌گرهایی را طراحی کرد که خطای تقریب آنها بسیار کوچک باشد. به عبارت دیگر، برای افزایش دقت تقریب، ثابت خطای تقریب  $\delta_i$  تا جایی که امکان دارد، کوچک انتخاب می‌شود. برای این کار داریم:

$$|\Delta F_i - \theta_{\beta_{id}}^T \Psi_{\eta_i}(s_i)| \leq \delta_i \leq \gamma_i |s_i| \quad (63)$$

که  $0 < \gamma_i < 1$  است و دقت تقریب را در معادله (62) ضمانت می‌کند؛ بنابراین نتیجه می‌شود:

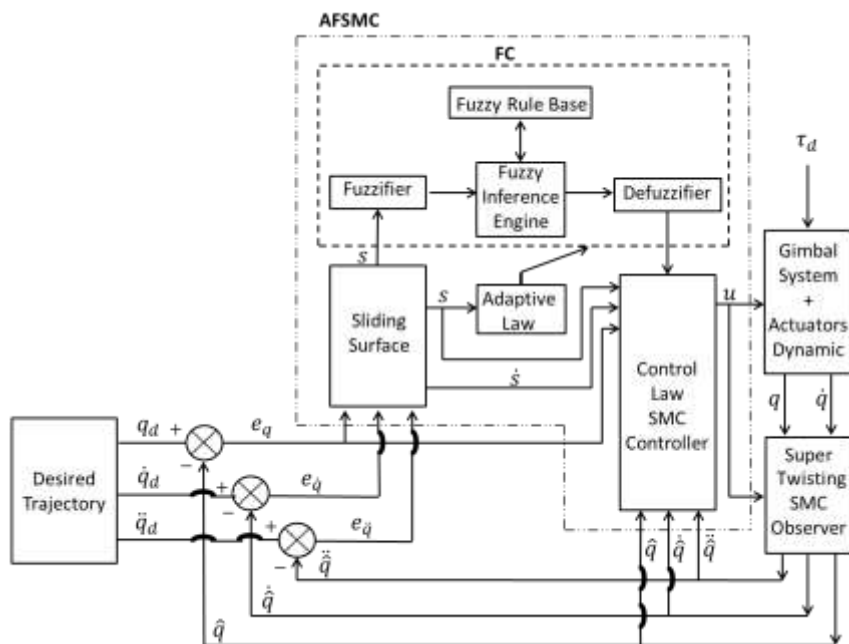
$$s_i |\Delta F_i - \theta_{\beta_{id}}^T \Psi_{\eta_i}(s_i)| \leq \gamma_i |s_i|^2 = \gamma_i s_i^2 \quad (64)$$

از معادلات (56)، (57) و (58) داریم:

$$\dot{V} \leq -s^T A s + \sum_{j=1}^2 \gamma_j s_j^2 \quad (65)$$

سمت راست معادله فوق را به صورت زیر نیز نمایش داده می‌شود:

$$\dot{V} \leq \sum_{i=1}^2 (-a_i s_i^2 + \gamma_i s_i^2) = -s^T(A - \gamma)s \quad (66)$$



شکل (۳): بلوک دیاگرام فرآیند کلی کنترل مد لغزشی فازی تطبیقی برای سیستم گیمبال براساس رویکرد مد لغزشی با پیچش فوق العاده نشان داده شده است.

## ۶- مزایای کنترل پیشنهادی

در طراحی کنترل پیشنهادی مزایا و نوآوری‌هایی نهفته است که در زیر به آنها اشاره می‌شود:

۱. در پیاده‌سازی عملی کنترل پیشنهادی، نیازی به استفاده از سنسورهای اندازه‌گیری موقعیت، سرعت و شتاب نیست. این امر هزینه‌های اقتصادی را بسیار کاهش می‌دهد.  
 ۲. سنسورهای اندازه‌گیری سرعت موجود در کشور، از دقت زیادی برخوردار نیستند و اطلاعات را با نویز بسیاری همراه می‌کنند؛ از این رو در بسیاری از مواقع، برای دسترسی به اطلاعات سرعت، از اطلاعات سنسورهای موقعیت مشتق گرفته می‌شود که این امر مشکلات دیگری را به همراه دارد؛ بنابراین در پیاده‌سازی کنترل پیشنهادی، این مشکلات مرتفع شده است.

۳. در کنترل پیشنهادی به دلیل جایگزینی تقریب‌گرهای فازی تطبیقی به جای توابع  $sign(s)$ ، اثری از لرزش در ورودی کنترل دیده نمی‌شود. این امر باعث جلوگیری از بروز پدیده تشدید می‌شود و طول عمر محرکه‌های سیستم گیمبال را افزایش می‌دهد.

۴. با توجه به اینکه در طراحی تقریب‌گرهای فازی تطبیقی از ۵ قاعده فازی یک ورودی - یک خروجی و ۲ قانون تطبیقی استفاده شده است، حجم محاسبات کنترل پیشنهادی بسیار پایین است.

۵. برای افزایش دقت در تقریب کران عدم قطعیت‌ها، در ورودی تقریب‌گرهای فازی تطبیقی از ضرایب مقیاس‌کننده استفاده می‌شود. در این صورت با تغییر این ضرایب، دقت تقریب‌گر افزایش می‌یابد و خطای ردگیری زودتر به سمت صفر همگرا می‌شود.

۶. در طراحی تقریب‌گرهای فازی تطبیقی، از ضریب  $Z_{S_i}$  در قانون تطبیقی آنها استفاده شده است. با انتخاب مناسب این ضریب دقت تقریب‌گرها افزایش می‌یابد و این امر باعث کاهش دامنه ورودی کنترل می‌شود. در این صورت از اشباع محرکه‌های DC سیستم گیمبال جلوگیری می‌شود.

## ۷- بررسی عملکرد کنترل‌کننده مبتنی بر

### رویتگر

این بخش از مقاله، به بررسی عملکرد کنترل‌کننده موقعیت پیشنهادی اختصاص دارد. برای این کار در ابتدا معادلات دینامیکی بخش مکانیکی سیستم گیمبال ارائه می‌شود. براساس معادله دینامیکی (۱)، مقادیر ماتریس اینرسی، کوریولیس و بردار نیروی گرانش سیستم گیمبال به ترتیب به صورت زیرند:

$$M(q) = \begin{bmatrix} j_1 & 0 \\ 0 & I + j_2 \left( \frac{\cos 2q_1 - 1}{2} \right) + j_3 \left( \frac{\cos 2q_1 + 1}{2} \right) \end{bmatrix} \quad (68)$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & \dot{q}_2(j_2 - j_3) \sin q_1 \cos q_1 \\ \dot{q}_2(j_3 - j_2) \sin q_1 \cos q_1 & \dot{q}_2(j_3 - j_2) \sin q_1 \cos q_1 \end{bmatrix} \quad (69)$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} d \sin q_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (70)$$

در ادامه معادلات دینامیکی موتورهای DC مغناطیس دائم نیز به معادلات بخش مکانیکی سیستم گیمبال اضافه می‌شود؛ بنابراین معادلات (۲)، (۳) و (۴) به صورت زیرند:

$$D(q) = \begin{bmatrix} j_1 + \frac{j_{m1}}{r_1^2} & 0 \\ 0 & I + j_2 \left( \frac{\cos 2q_1 - 1}{2} \right) + j_3 \left( \frac{\cos 2q_1 + 1}{2} \right) + \frac{j_{m2}}{r_2^2} \end{bmatrix} \quad (71)$$

$$F_s = y_1 \tanh(y_2 \dot{q}) - \tanh(y_3 \dot{q}) + y_4 \tanh(y_5 \dot{q}) + y_5 \dot{q} \quad (72)$$

$$B(q) = \begin{bmatrix} \left( b_{m1} + \frac{k_{b1} + k_{m1}}{R_1} \right) / r_1^2 & 0 \\ 0 & \left( b_{m2} + \frac{k_{b2} + k_{m2}}{R_2} \right) / r_2^2 \end{bmatrix} \quad (73)$$

$$\tau_d = \begin{bmatrix} 5 \sin t \\ 5 \sin t \end{bmatrix} \quad (74)$$

$$V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}; \quad \Gamma = \begin{bmatrix} \frac{K_{m1}}{r_1 R_1} & 0 \\ 0 & \frac{K_{m2}}{r_2 R_2} \end{bmatrix} \quad (75)$$

کنترل مد لغزشی فازی تطبیقی برای سیستم گیمبال براساس رویکرد مد لغزشی با پیچش فوق العاده

در معادله (۷۴)،  $t$  بیان کننده زمان است. مقادیر پارامترهای موجود در معادلات دینامیکی سیستم گیمبال دو محوره و محرکه‌های آن در جدول (۲) آمده است.

شرایط اولیه موقعیت و سرعت مفاصل سیستم گیمبال به ترتیب برابر با  $q_1(0) = 1.5$ ،  $q_2(0) = 0.5$  و

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_{d1} \\ \ddot{q}_{d2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2q_{d1} \\ -2q_{d2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4\dot{q}_{d1} \\ -4\dot{q}_{d2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 - 4I \\ 4 - 4I \end{bmatrix} \quad (76)$$

$I$  و روی تحریک شونده‌ای است که به آن یک پالس مربعی با دامنه ۲ و دوره تناوب ۸ ثانیه اعمال می‌شود.

جدول (۲): مقادیر پارامترهای موجود در معادلات دینامیکی سیستم گیمبال دو محوره با حضور دینامیک موتورهای DC

مقدار	کمیت	مقدار	کمیت	مقدار	کمیت	مقدار	کمیت
۰/۰۱	$k_{b2}$	۱	$j_{m2}$	۰/۰۶۹	$y_1$	۱/۲	$j_1$
۰/۰۱	$b_{m1}$	۱	$R_1$	۰/۰۱۸	$y_2$	۱/۲	$j_2$
۰/۰۱	$b_{m2}$	۰/۰۱	$R_2$	۰/۰۲۴	$y_3$	۱	$I$
۰/۰۱	$r_1$	۰/۰۱	$k_{m1}$	۰/۰۲۵	$y_4$	۱	$j_3$
۰/۰۱	$r_2$	۰/۰۱	$k_{m2}$	۲	$y_5$	۱	$d$
			$k_{b1}$		$j_{m1}$	۰/۰۰۰۱	

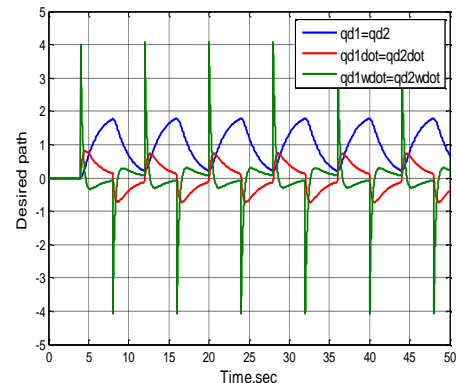
عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری حضور داشته باشند و تأثیر آنها بر عملکرد رویکرد کنترل کننده به دقت بررسی شود.

#### مرحله نخست شبیه‌سازی:

در این بخش از شبیه‌سازی، عملکرد رویکرد بررسی می‌شود. در این بخش، ضرایب رویکرد مطابق با مقادیر جدول ۳ تنظیم شد. برای اعمال عدم قطعیت‌های ساختاری، فرض شد پارامترهای سیستم گیمبال ۹۰ درصد مقادیر جدول ۲ هستند و در اعمال عدم قطعیت‌های غیرساختاری، فرض دسترسی نداشتن به اطلاعات دینامیک‌های  $\xi(t, x_1, x_2, u)$  لحاظ شد. به عبارت دیگر، در طراحی رویکرد، دینامیک اصطکاک ایستایی، اصطکاک دینامیکی، اغتشاش خارجی و دینامیک مدل نشده در نظر گرفته نشد. شرایط اولیه رویکرد به صورت  $\hat{x}_1(0) = \hat{q}(0) = [1 \ 1]^T$  و  $\hat{x}_2(0) = \hat{q}(0) = [0 \ 0]^T$  تنظیم شد.

جدول (۳): ضرایب رویکرد مد لغزشی با پیچش فوق العاده

مقدار	کمیت	مقدار	کمیت
۲۲۰	$P_2$	۲۲۰	$P_1$

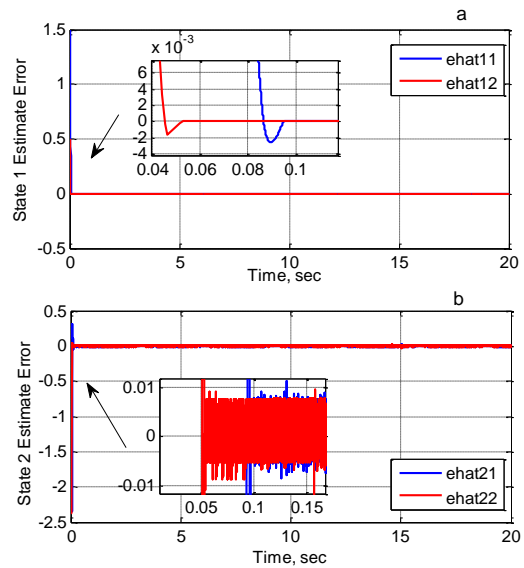


شکل (۴): موقعیت، سرعت و شتاب مطلوب مفاصل سیستم گیمبال

برای نمایش عملکرد کنترل کننده مبتنی بر رویکرد، شبیه‌سازی‌هایی در سه مرحله ارائه می‌شود. در مرحله نخست شبیه‌سازی، عملکرد رویکرد مد لغزشی با پیچش فوق العاده در حضور عدم قطعیت‌های موجود ارزیابی می‌شود. مرحله دوم شبیه‌سازی، به عملکرد کنترل مد لغزشی مبتنی بر رویکرد اختصاص دارد.

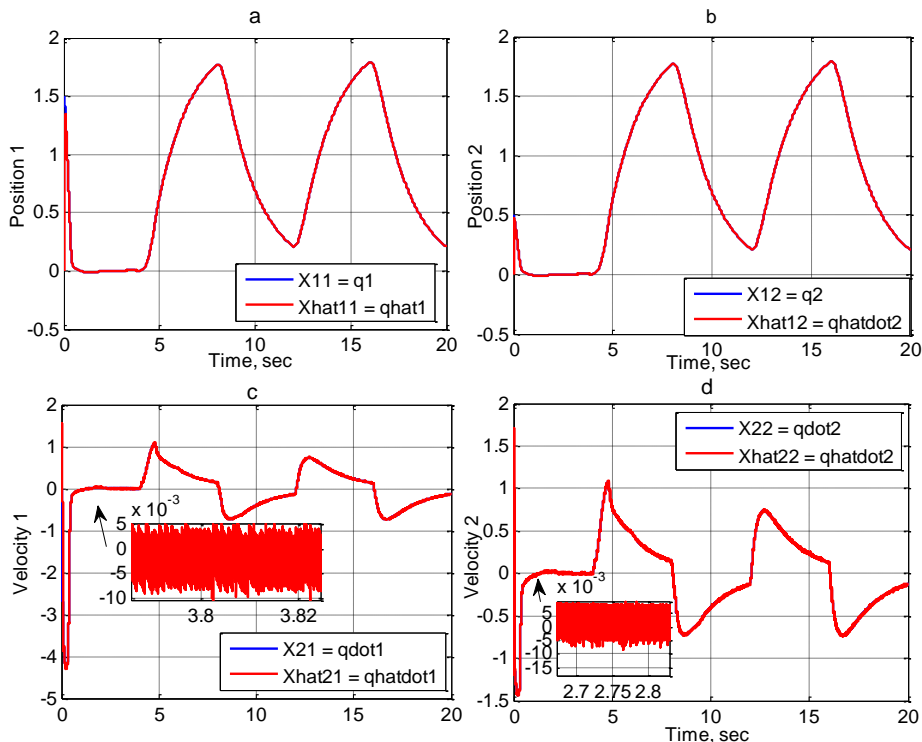
در نهایت در مرحله سوم شبیه‌سازی، عملکرد کنترل مد لغزشی فازی تطبیقی مبتنی بر رویکرد به نمایش گذاشته می‌شود. در تمامی این شبیه‌سازی‌ها، تلاش می‌شود تا

تخمین سرعت مفاصل سیستم گیمبال نمایش داده شده است. از این نمودارها نتیجه می‌شود روینگر به خوبی عمل نکرده و در حضور تمامی عدم قطعیت‌ها و در زمانی بسیار کوتاه، خطاهای تخمین را به سمت صفر همگرا کرده است. در شکل (۶)، نمودارهای  $a$  و  $b$  مقادیر واقعی و تخمینی موقعیت مفاصل اول و دوم سیستم گیمبال نشان داده شده است. در این نمودارها می‌بینیم که روینگر به خوبی عمل کرده است و اختلافی بین مقادیر تخمینی و مقادیر واقعی موقعیت مفاصل دیده نمی‌شود. در شکل (۶) و در نمودارهای  $b$  و  $c$ ، مقادیر واقعی و تخمینی سرعت مفاصل اول و دوم سیستم گیمبال به نمایش گذاشته شده است. در این نمودارها نیز اثری از اختلاف دیده نمی‌شود؛ بنابراین نتیجه می‌گیریم تخمینگر با این عملکرد مطلوب به خوبی جایگزین مناسبی برای سنسورهای موقعیت و سرعت است.



شکل (۵): خطای تخمین موقعیت و سرعت مفاصل سیستم گیمبال با استفاده از روینگر مدلغزشی با پیش‌فوق‌العاده

پس از اجرای شبیه‌سازی، مطابق شکل (۵)، نمودار  $a$  نشان‌دهنده خطای تخمین موقعیت و در نمودار  $b$ ، خطای

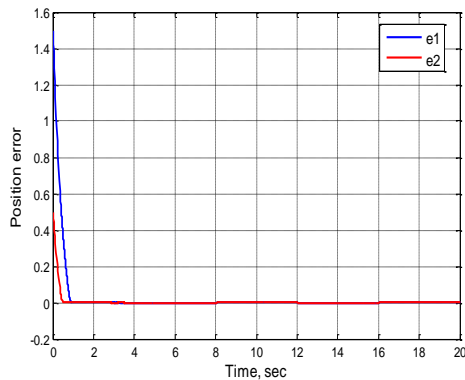


شکل (۶): مقایسه مقادیر واقعی و تخمینی موقعیت و سرعت مفاصل سیستم گیمبال

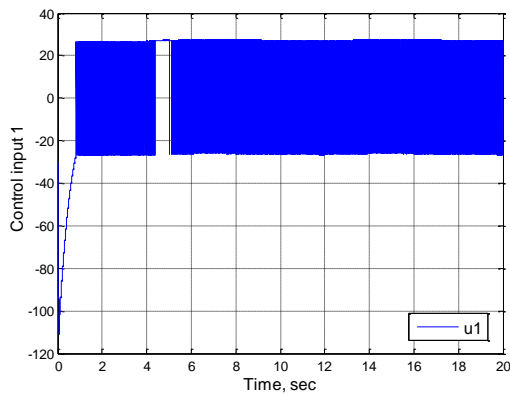
## مرحله دوم شبیه‌سازی:

در این بخش از شبیه‌سازی، عملکرد کنترل مدلغزشی مبتنی بر رویتگر را بررسی می‌شود. در این بخش برای اعمال عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری، از دینامیک موتورهای  $DC$  صرف نظر شد و مقادیر پارامترهای بخش مکانیکی سیستم گیمبال، ۹۰ درصد مقادیر جدول (۲) در نظر گرفته شد. به عبارت دیگر، در معادلات (۱۴) و (۱۸)، تخمین ماتریس اینرسی برابر با  $\hat{D}(q) = M(q)$  در نظر گرفته شد که نماینده تنها بخش مکانیکی سیستم گیمبال است. در ضمن ضرایب رویتگر و کنترل‌کننده مدلغزشی مطابق با مقادیر جداول ۳ و ۴ تنظیم شد.

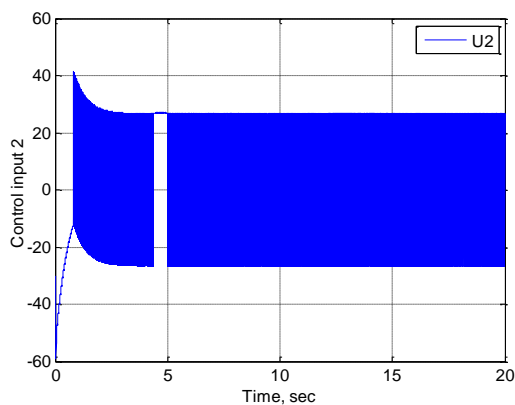
پس از اجرای شبیه‌سازی، از شکل (۷) نتیجه می‌شود که کنترل‌کننده مدلغزشی مبتنی بر رویتگر، به خوبی عمل کرده و خطاهای موقعیت مفاصل اول و دوم سیستم گیمبال را در حضور عدم قطعیت‌های موجود به ترتیب در ۱ و ۰٫۵ ثانیه بدون خطای ماندگار به سمت صفر همگرا کرده است. در شکل‌های (۸) و (۹) دامنه‌های ورودی کنترل نمایش داده شده است. در این شکل‌ها می‌بینیم که ورودی‌های کنترل دارای لرزش‌های شدیدی‌اند؛ بنابراین عملکرد خوب کنترل مدلغزشی مبتنی بر رویتگر، با بروز لرزش در ورودی‌ها همراه شده است که این امر پیاده‌سازی عملی این کنترل‌کننده را با مشکل مواجه می‌کند.



شکل (۷): خطای ردگیری موقعیت مطلوب در کنترل‌کننده موقعیت مدلغزشی مبتنی بر رویتگر



شکل (۸): ولتاژ ورودی موتور اول در کنترل‌کننده موقعیت مدلغزشی مبتنی بر رویتگر



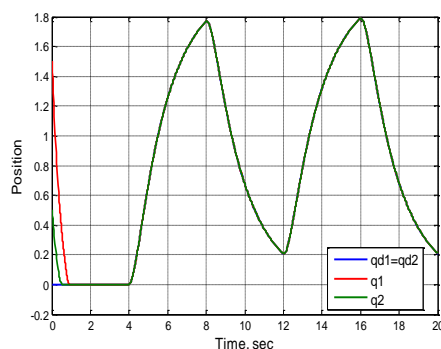
شکل (۹): ولتاژ ورودی موتور دوم در کنترل‌کننده موقعیت مدلغزشی مبتنی بر رویتگر

در شکل (۱۰)، مسیر مطلوب و واقعی مفاصل اول و دوم سیستم گیمبال نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود  $q_1$  و  $q_2$  با وجود شرایط اولیه‌ای برابر با ۱٫۵ و ۰٫۵ توانسته‌اند به ترتیب در ۱ و ۰٫۵ ثانیه کاملاً روی مسیر مطلوب منطبق شوند.

جدول (۴): ضرایب کنترل‌کننده موقعیت مدلغزشی

مقدار	کمیت	مقدار	کمیت
$\lambda_2$	۲۰	$\hat{J}_1$	۰/۰۳۴۵
$A_1$	۱۰	$\hat{J}_2$	۰/۰۰۹
$A_2$	۱۰	$\hat{I}$	۰/۰۱۲
$K_1$	۸۰	$\hat{J}_3$	۰/۰۱۲۵
$K_2$	۸۰	$\hat{d}$	۱

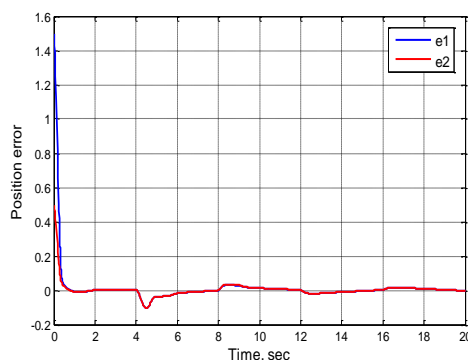
ردگیری جلوگیری کرده است و پدیده لرزش در ورودی های کنترل را از بین برده است. از شکل های (۱۲) و (۱۳) نتیجه می شود دامنه های ورودی کنترل بسیار کاهش یافته و در محدوده قابل قبولی قرار گرفته اند. در شکل (۱۴)، ردگیری موقعیت مفاصل اول و دوم سیستم گیمبال نمایش داده شده است. از این شکل نتیجه می شود که  $q_1$  و  $q_2$  به ترتیب با وجود شرایط اولیه ای برابر با ۱,۵ و ۰,۵ توانسته اند در ۰,۷۵ ثانیه بر مسیر مطلوب منطبق شوند. از مقایسه شکل های (۱۰) و (۱۴) نتیجه می گیریم ردگیری موقعیت  $q_2$  سریع تر انجام شده است و زمان ردگیری آن ۱ به ۰,۷۵ ثانیه کاهش یافته است.



شکل (۱۰): ردگیری موقعیت مطلوب در مفاصل اول و دوم سیستم گیمبال توسط کنترل کننده موقعیت مدلغزشی مبتنی بر رویتگر

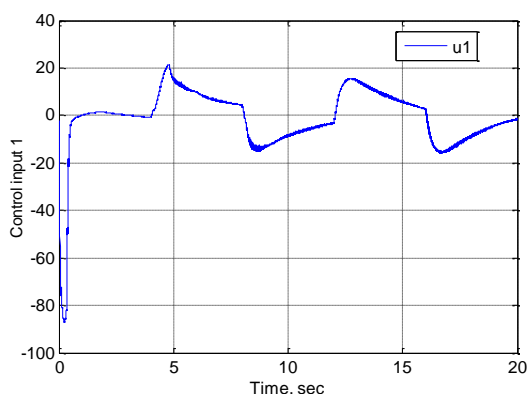
#### مرحله سوم شبیه سازی:

در این بخش از شبیه سازی، عملکرد کنترل کننده مدلغزشی فازی تطبیقی مبتنی بر رویتگر ارزیابی می شود. شرایط حاکم بر این مرحله از شبیه سازی، کاملاً مطابق با مرحله دوم شبیه سازی است. به عبارت دیگر، عدم قطعیت های ساختاری و غیرساختاری حاکم بر این مرحله از شبیه سازی برابر با بخش قبل است. ضرایب رویتگر و کنترل کننده مطابق با مقادیر جداول (۳) و (۴) تنظیم شد؛ با این تفاوت که ضرایب  $z_{s1}$  تقریبی فازی تطبیقی برابر با  $z_{s1} = z_{s2} = 100$  در نظر گرفته شد و دیگر نیازی به ضرایب  $K_1$  و  $K_2$  نیست. پس از اجرای شبیه سازی، از شکل (۱۱) نتیجه می شود که کنترل کننده مدلغزشی فازی تطبیقی مبتنی بر رویتگر توانسته است با وجود عدم قطعیت های ساختاری و غیرساختاری موجود، خطاهای موقعیت مفاصل اول و دوم سیستم گیمبال را در ۰,۷۵ ثانیه به سمت صفر همگرا کند. در این شکل مشاهده می شود خطای ردگیری موقعیت مفصل دوم دارای پایین زدگی در ثانیه ۴,۷ است. علت این پدیده به کران بالای عدم قطعیت ها و تلاش این کنترل کننده در کاهش پدیده لرزش در ورودی کنترل برمی گردد که در شکل های (۱۲) و (۱۳) نمایان است؛ بنابراین نتیجه می گیریم تقریبی فازی تطبیقی به خوبی عمل نکرده و از افزایش خطاهای



شکل (۱۱): خطای ردگیری موقعیت مطلوب در کنترل کننده

موقعیت مدلغزشی فازی تطبیقی مبتنی بر رویتگر



شکل (۱۲): ولتاژ ورودی موتور اول در کنترل کننده موقعیت

مدلغزشی فازی تطبیقی مبتنی بر رویتگر

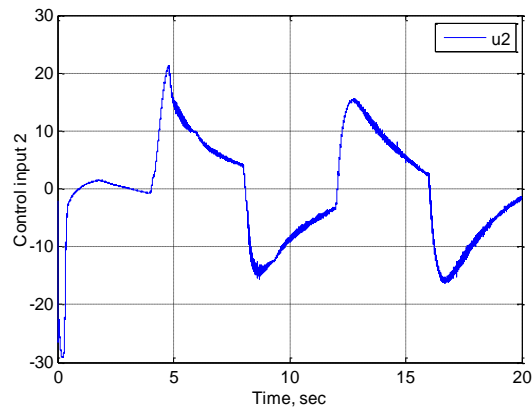


تمامی عدم قطعیت‌های موجود برای موقعیت مفاصل سیستم گیمبال فراهم آورند؛ اما این ردگیری دقیق با بروز پدیده نامطلوب لرزش با دامنه‌ای بسیار زیاد در ولتاژ ورودی موتورها همراه است؛ بنابراین این امر احتمال وقوع پدیده تشدید و خرابی موتورها را افزایش می‌دهد.

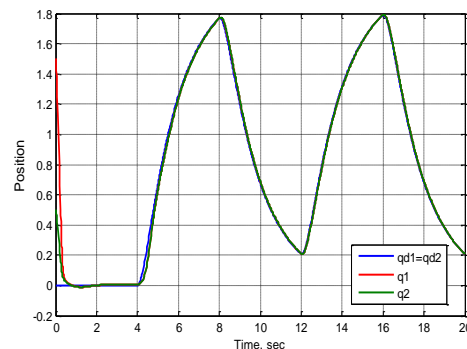
۳. از مرحله سوم شبیه‌سازی مشاهده می‌شود تقریبگر فازی تطبیقی پیشنهادی، مشکلات موجود در کنترل مد لغزشی مبتنی بر رویتگر را مرتفع و با تقریب‌زدن درست و به موقع کران عدم قطعیت‌ها، از افزایش خطاهای ردگیری جلوگیری کرده و توانسته است پدیده لرزش در ولتاژ ورودی موتورها را بر طرف کند و حتی دامنه این ولتاژها را کاهش دهد؛ بنابراین پیاده‌سازی عملی کنترل مد لغزشی فازی تطبیقی مبتنی بر رویتگر، به راحتی انجام پذیر است.

## ۸- نتیجه گیری

در این مقاله کنترل کننده مد لغزشی فازی تطبیقی، برای ردگیری موقعیت سیستم گیمبال براساس رویتگر مد لغزشی با پیچش فوق العاده ارائه شد. در طراحی کنترل کننده پیشنهادی، علاوه بر دینامیک‌های سیستم گیمبال، دینامیک موتورهای DC نیز لحاظ شد؛ به همین دلیل ورودی کنترل مبتنی بر ولتاژ است. با توجه به اینکه کنترل کننده مبتنی بر رویتگر است، در پیاده‌سازی عملی آن نیازی به استفاده از سنسورهای موقعیت و سرعت نیست. در این صورت هزینه‌های اقتصادی پیاده‌سازی این کنترل کننده بسیار کاهش می‌یابد. از طرف دیگر، برای کاهش پدیده نامطلوب لرزش در ورودی کنترل، از تقریبگر فازی تطبیقی برای دسترسی به کران عدم قطعیت‌های موجود استفاده شد. در طراحی تقریبگر پیشنهادی، تلاش شد از قواعد فازی یک ورودی - یک خروجی استفاده شود؛ به همین دلیل حجم محاسبات ورودی کنترل پیشنهادی بسیار کاهش می‌یابد. از طرف دیگر، در قانون تطبیقی تقریبگر پیشنهادی، ضریبی لحاظ شد که دامنه ورودی کنترل را کاهش دهد. در نهایت در طراحی کنترل پیشنهادی نوآوری‌هایی نهفته بود که به تفصیل در مقاله به آن پرداخته شد. برای بررسی عملکرد رویتگر و کنترل کننده، شبیه‌سازی‌هایی در ۳ مرحله ارائه شد. نتایج



شکل (۱۳): ولتاژ ورودی موتور دوم در کنترل کننده موقعیت مد لغزشی فازی تطبیقی مبتنی بر رویتگر



شکل (۱۴): ردگیری موقعیت مطلوب مفاصل اول و دوم سیستم گیمبال در کنترل کننده موقعیت مد لغزشی فازی تطبیقی مبتنی بر رویتگر

## ۷-۱- جمع بندی نتایج شبیه‌سازی‌ها

از شبیه‌سازی‌های ارائه شده، موارد زیر نتیجه‌گیری می‌شود:

۱. از مرحله نخست شبیه‌سازی نتیجه می‌شود که رویتگر ارائه شده به خوبی عمل کرده است و تخمین دقیقی را از موقعیت و سرعت مفاصل سیستم گیمبال در حضور تمامی عدم قطعیت‌های موجود فراهم می‌کند؛ بنابراین در صورت استفاده از این رویتگر، نیاز به استفاده از سنسورهای موقعیت و سرعت مرتفع می‌شود و هزینه‌های اقتصادی پیاده‌سازی عملی کنترل پیشنهادی را بسیار کاهش می‌دهد.
۲. از مرحله دوم شبیه‌سازی نتیجه می‌شود رویتگر، عملکرد کنترل مد لغزشی را مختل نکرده است و در یک همکاری مشترک توانسته‌اند ردگیری دقیقی را در حضور

- [12] M. W. Spong and M. Vidyasagar, "Robot Dynamics and Control", 1st Edition, January 1992.
- [13] J. Davila, L. Fridman, and A. Levant, "Second order Sliding mode observer for Mechanical Systems", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 50, No. 11, pp. 1785 – 1789, December 2005.
- [14] B. Yoo , W. Ham , "An Adaptive Control Of Robot Manipulator Use Fuzzy Compensator" , IEEE Transactions On Fuzzy Fuzzy System , Vol . 8, No. 2, pp. 186-199, April 2000.
- [15] L. X. Wang, "A Course in Fuzzy Systems and Control", Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ 1997.
- [16] J. P. LaSalle, "The Stability of Dynamical Systems", SIAM, 1976.
- [17] M. Quanqi, L. Gang, Z. Maiying and C. Zhongyi, "Imbalance Torque Compensation for Three-axis Inertially Stabilized Platform using acceleration feedforward", 8th IEEE International Symposium on Instrumentation and Control Technology (ISICT), United Kingdom 2012.
- [18] M. Rezac, Z. Hurak, "Vibration rejection for inertially stabilized double gimbal platform using acceleration feedforward", IEEE International Conference on Control Applications, Denver, CO, USA, pp. 363-368, 2011.
- [19] S. Yoon , J. B. Lundberg, "Equations of Motion for a Two-Axes Gimbal System", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 37, No. 3, pp. 1083-1091, July 2001.
- [20] V. V. Terzija, "Adaptive Under Frequency Load Shedding Based on the Magnitude of the Disturbance Estimation", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 21, No. 3, August 2006.
- [21] J. J.E. Slotine, "Robust Control of Robot Manipulators" , Int. J. Robotics Research ,1987.
- [22] J. J.E. Slotine , W. Li, "Applied Nonlinear Control", ISBN 0-13-040049-1, Prentice-Hall International, Inc, New Jersey 1991.
- [23] MR. Soltanpour, P. Otadolajam, and MH. Khooban, "A new and robust control strategy for electrically driven robot manipulators: adaptive fuzzy sliding mode", IetSciMeasTechnol, Vol. 9, No. 3, pp. 322-334, 2014.
- [24] MR. Soltanpour, P. Otadolajam, and M. Soltani, "Optimal Adaptive Fuzzy Integral Sliding Mode Control for Electrically", Modares Journal of Electrical Engineering, Vol. 12, No.1, 2015.
- [25] MR. Soltanpour , P. Otadolajam, "A New Adaptive Fuzzy Integral Sliding Mode Controller Design for Electrically Driven Nonholonomic Wheeled Mobile Robots", Journal of Solid and Fluid Mechanics, Vol. 6, No. 2, pp. 41-59, 2016.

شبه‌سازی‌ها، عملکرد مطلوب رویتگر و کنترل‌کننده را در حضور عدم قطعیت‌های موجود نمایش می‌دهند.

## مراجع

- [1] R. Guoand, J. Zhang and, L. Wang, "Design of rotation control system based on four-gimbal platform", IEEE 2nd Advanced Information Technology, Electronic and Automation Control Conference (IAEAC) 2007.
- [2] P. Gao, K. Li, L. Wang and J. Gao, "A Self-Calibration Method for Non-Orthogonal Angles of Gimbals in Tri-Axis Rotational Inertial Navigation System", IEEE Sensors Journal Year, Vol.16, No. 24, pp. 8998 – 9005, 2016.
- [3] G. Avon, R. Caponetto and G. Xibilia, "Fractional Order PI Gimbal Control", ENOC, Budapest, Hungary, 25-30 June 2017.
- [4] M. Abdo, AR. Vali, AR. Toloei and MR. Arvan, "seeker using fuzzy PID controller", The 22nd Iranian Conference on Electrical Engineering, Shahid Beheshti University, 20-22 May 2014.
- [5] P. Wongkamchang , V. Sangveraphunsiri, "Control of Inertial Stabilization Systems Using Robust Inverse Dynamics Control and Adaptive Control", Thammasat International Journal of Science and Technology, Vol. 13, No.2, pp. 20-32, 2008.
- [6] M. Khayatian, P. Karim Aghaee, "Adaptive control of a two axis gimbal system using modified error", 3rd International Conference on Control, Instrumentation, and Automation (ICCIA), Tehran, Iran, 28-30 December 2013.
- [7] C. Edward and S.K. Spurgeon, "Sliding Mode Control: Theory and Applications", T.J.International Ltd, Padstow, UK 1998.
- [8] V. Sangveraphunsiri, K. Malithong, "Robust Inverse Dynamics and Sliding Mode Control for Inertial Stabilization Systems", Asian International Journal of Science and Technology in Production and Manufacturing Engineering Vol. 2, No. 4, pp. 33–45, 2009.
- [9] W. Hong, "Adaptive Control of a Two Axis Camera Gimbal", June 1998.
- [10] W. He and Y. Dong, "Adaptive Fuzzy Neural Network Control for a Constrained Robot Using Impedance Learning", IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, Vol. 29, No. 4, pp. 1174-1186, 27 February 2017.
- [11] M. Masten, "Inertially stabilized platforms for optical imaging systems: Tracking dynamic targets with mobile sensors", IEEE Control Systems Magazine, Vol. 28 pp. 47–64, 2008.

