

افزایش سازگاری فیلتر ذره‌ای با استفاده از روش‌های کلاسیک و الگوریتم اجتماع ذرات

رمضان هاونگی

استادیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه بیرجند - بیرجند - ایران

havangi@Birjand.ac.ir

چکیده

فیلتر ذره‌ای یکی از مهم‌ترین فیلترها در تخمین سیستم‌های غیرخطی - غیرگوسی است. با وجود این، فیلتر ذره‌ای در طول زمان ناسازگار است. از آنجایی که انتخاب تابع توزیع پیشنهادی و روش نمونه‌برداری مجدد در بهبود دقت و سازگاری، بسیار مهم است، در این مقاله، افزایش سازگاری فیلتر ذره‌ای با بهبود نمونه‌برداری و نمونه‌برداری مجدد انجام شده است. برای بهینه‌سازی نمونه‌برداری، الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات (PSO) به داخل گام نمونه‌برداری پر اهمیت داخل شده است. الگوریتم PSO موجب حرکت مجموعه نمونه‌ها به سمت ناحیه با احتمال بالای پسین قبل از نمونه‌برداری می‌شود و در نتیجه توزیع نمونه‌ها بهبود پیدا می‌کند. به منظور کاهش اثر نمونه‌برداری مجدد روی دقت و سازگاری، روش جدید نمونه‌برداری مجدد ارائه شده است. روش نمونه‌برداری جدید می‌تواند تنوع میان ذرات را حفظ کند و ذرات نمونه‌برداری مجدد شده را وادار کند که به‌طور مجانبی نمونه‌ها را از تابع چگالی احتمال پسین حالت‌های واقعی تقریب بزنند. امتیاز روش نمونه‌برداری مجدد پیشنهاد شده این است که هزینه محاسبات را کاهش می‌دهد. این بدان دلیل است که روش نمونه‌برداری مجدد پیشنهاد شده، تنها روی بخشی از نمونه‌ها انجام می‌شود. اعتبار فیلتر پیشنهادی با استفاده از شبیه‌سازی ارزیابی شده است. نتایج نشان می‌دهند روش پیشنهادی عملکرد بهتری نسبت به فیلترهای کلاسیک دارد.

واژه‌های کلیدی: فیلتر ذره‌ای، تباهدگی، الگوریتم اجتماع ذرات (PSO)، تابع توزیع پیشنهادی، نمونه‌برداری مجدد.

۱- مقدمه

معیاری محاسبه کرد. به‌طور کلی، بسته به مدل فرآیند و اندازه‌گیری، دو دسته جواب برای حل مسئله بیزین وجود دارد: ۱. روش‌های پارامتریک (فیلترهای گوسین)؛ ۲. روش‌های غیرپارامتریک. معروف‌ترین روش پارامتریک، فیلتر کالمن (KF) است. فیلتر کالمن روشی بهینه برای تخمین سیستم‌های خطی است [۳]. در سیستم‌های غیرخطی با نویز سفید گوسی می‌توان از فیلتر کالمن توسعه یافته (EKF) استفاده کرد [۴-۵]. در بسیاری از کاربردهای عملی با سیستم‌های غیرخطی - غیرگوسی سروکار داریم که در این گونه سیستم‌ها فیلتر کالمن توسعه یافته به‌صورت بهینه عمل نخواهد کرد [۴-۵]. برای تخمین چنین سیستم‌هایی باید از فیلترهای غیرپارامتریک استفاده کرد. فیلتر ذره‌ای معروف‌ترین فیلتر غیرپارامتریک

تخمین سیستم‌های غیر خطی موضوع مهمی در بسیاری از کاربردها مانند ردیابی و موقعیت‌یابی است. از دیدگاه تئوری بیزین مسئله تخمین عبارت است از: تخمین تابع چگالی احتمال پسین [۱-۲]. با دانستن تابع چگالی احتمال پسین می‌توان تخمین بهینه حالت‌ها را نسبت به هر تابع

^۱ تاریخ ارسال مقاله : ۱۳۹۴/۰۶/۱۱

تاریخ پذیرش مقاله : ۱۳۹۵/۰۲/۰۴

نام نویسنده مسئول : رمضان هاونگی

نشانی نویسنده مسئول : ایران - بیرجند - دانشگاه بیرجند - دانشکده برق و کامپیوتر

شده است. این فیلترها به منظور حل مسئله تباهدگی با استراتژی تکاملی ترکیب شده‌اند. در مراجع [۲۰-۲۱] برای حل مسئله تباهدگی، گام نمونه‌برداری فیلتر ذره‌ای با PSO بهبود داده شده است. برای این منظور ذرات با PSO به گونه‌ای حرکت داده شده‌اند که تابع درست‌نمایی^۶ ماکزیمم شود. عملکرد فیلتر ارائه‌شده، تنها از نظر دقت با استفاده از شبیه‌سازی با فیلتر ذره‌ای مقایسه شده است. یکی از نقاط ضعف این روش، این است که موجب کاهش تنوع میان ذرات و در نتیجه کاهش سازگاری و افزایش ناپایداری فیلتر می‌شود. در [۲۲-۲۳] از سیستم‌های عصبی و فازی برای بهبود فیلتر ذره‌ای استفاده شده است

در این مقاله به بهینه‌سازی فیلتر ذره‌ای با بهبود نمونه‌برداری و نمونه‌برداری مجدد توجه شده است. برای بهینه‌سازی نمونه‌برداری، الگوریتم PSO به‌داخل گام نمونه‌برداری پراهمیت داخل شده است. این موجب می‌شود که مجموعه نمونه‌ها بهتر به سمت ناحیه با احتمال بالای پسین قبل از نمونه‌برداری حرکت کنند و در نتیجه توزیع نمونه‌ها بهبود پیدا می‌کند. به منظور کاهش اثر نمونه‌برداری مجدد روی دقت و سازگاری، یک روش جدید نمونه‌برداری مجدد ارائه شده است. روش نمونه‌برداری جدید می‌تواند تنوع میان ذرات را حفظ کند و سبب بهبود دقت تخمین شود. روش نمونه‌برداری مجدد پیشنهادی تنها روی بخشی از ذرات انجام می‌گیرد. این مسئله باعث کاهش حجم محاسبات و در عین حال افزایش تنوع میان ذرات و افزایش سازگاری منجر می‌شود.

ساختار بقیه مقاله به شرح زیر است. در بخش ۲، فیلتر ذره‌ای به‌طور مختصر بررسی شده است. الگوریتم PSO در بخش ۳ معرفی شده است. در فصل ۴، بهبود فیلتر ذره‌ای ارائه شده است. در بخش ۵، الگوریتم پیشنهادی با استفاده از شبیه‌سازی‌های مختلف ارزیابی شده است و در بخش ۶، نتیجه‌گیری شده است.

۲- فیلتر ذره‌ای

سیستم غیرخطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} x_t &= f(x_{t-1}) + w_{t-1} \\ y_t &= g(x_t) + v_t \end{aligned} \quad (1)$$

است. فیلتر ذره‌ای در اصل یک پیاده‌سازی مبتنی بر روش مونت-کارلو است که به‌طور وسیعی در تخمین سیستم‌های غیرخطی - غیرگوسی کاربرد دارد. در فیلتر ذره‌ای، تابع چگالی احتمال پسین با مجموعه‌ای از ذرات تخمین زده می‌شود [۶-۷]. وقتی ذرات به‌طور مناسبی وزن‌دهی و انتقال داده شوند، تابع چگالی احتمال پسین می‌تواند به‌طور متوالی در طول زمان تخمین زده شود. با استفاده از تعداد محدودی از ذرات می‌توان هر سیستم غیرخطی را تخمین زد. با وجود مزایای زیادی که فیلتر ذره‌ای در تخمین سیستم‌های غیرخطی - غیرگوسی دارد، دارای نقطه ضعف بزرگی است. در فیلتر ذره‌ای حتی با انتخاب اولیه تعداد زیاد ذرات، ممکن است هیچ ذره‌ای در نزدیکی حالت صحیح قرار نگیرد. این ضعف در فیلتر ذره‌ای به پدیده تباهدگی^۲ معروف است. برای کاهش تباهدگی در فیلتر ذره‌ای استاندارد از نمونه‌برداری مجدد استفاده می‌شود [۲،۸]. نمونه‌برداری مجدد ضمن اینکه برای فیلتر ذره‌ای حیاتی است، سبب پدیده دیگری به نام فقر نمونه‌ها می‌شود. در این حالت تنوع میان ذرات از بین می‌رود و در بدترین حالت، همه ذرات به یک نقطه از فضای حالت ریزش می‌کنند [۹-۱۰].

تاکنون پژوهشگران مختلفی بر روی این موضوع کار کرده‌اند. در مراجع [۱۱-۱۲] فیلتر ذره‌ای توسعه‌یافته^۳ (EPF) ارائه شده است. در روش EPF، از فیلتر کالمن توسعه‌یافته (EKF) در طراحی تابع توزیع پیشنهادی استفاده شده است. در مراجع [۱۳-۱۴] فیلتر ذره‌ای بی‌رد (UPF)^۴ ارائه شده است. در UPF^۵ از UKF برای بهبود تابع توزیع پیشنهادی و در نتیجه کاهش تعداد دفعات استفاده شده است. علاوه بر این، چندین روش کلاسیک در مقالات برای حل مسئله تباهدگی پیشنهاد شده است که از جمله آن‌ها می‌توان به فیلتر ذره‌ای تطبیقی [۱۵-۱۶] و فیلتر ذره‌ای کمکی [۱۷] اشاره کرد. از طرف دیگر، پژوهشگران مختلفی برای حل مسئله تباهدگی از محاسبات نرم استفاده کرده‌اند [۱۸-۲۳]. برای نمونه در [۱۸] با وارد کردن اپراتورهای الگوریتم ژنتیک در فیلتر ذره‌ای، فیلتر الگوریتم ژنتیک معرفی شده است. در مرجع [۱۹] برای حل مسئله تباهدگی در فیلتر ذره‌ای از استراتژی‌های تکاملی استفاده

این شیوه به دست آوردن تابع چگالی احتمال پسین به نمونه برداری پراهمیت بازگشتی SIS^۱ معروف است [۱،۲]. به منظور جلوگیری از پدیده تباهیدگی، الگوریتم SIS با نمونه گیری مجدد معرفی شده است [۱۵] که به الگوریتم SIR معروف است و دارای سه گام نمونه برداری، محاسبه وزن نمونه ها و نمونه برداری مجدد است:

۱- نمونه برداری

$$x^{(i)} \sim q(x_t | y_{1:t})$$

ذرات با نمونه برداری از توزیع پیشنهادی به دست می آیند.

۲- محاسبه وزن نمونه ها

$$w_t^{(i)} = w_{t-1}^{(i)} \frac{p(y_t | x_t^{(i)}) p(x_t^{(i)} | x_{t-1}^{(i)})}{q(x_t^{(i)} | x_{t-1}^{(i)}, y_{1:t})}$$

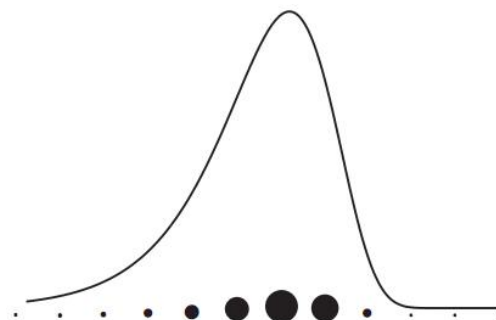
۳- نمونه گیری مجدد

ذرات با وزن بالاتر جایگزین ذرات با وزن کمتر می شوند.

۳- الگوریتم بهینه سازی اجتماع ذرات

کندی و ابرهات، الگوریتم بهینه سازی اجتماع ذرات را در سال ۱۹۹۵ معرفی کردند [۲۳]. الگوریتم PSO شباهت بسیاری به الگوریتم های جمعیتی مانند ژنتیک دارد. این الگوریتم از مجموعه ای از پاسخ های ممکن استفاده می کند که این پاسخ ها تا زمانی که پاسخ های بهینه یافت شود و یا شرایط پایان یافتن الگوریتم محقق شود، به حرکت خود در فضای جست و جو ادامه می دهند. با وجود این، الگوریتم PSO در مقایسه با سایر الگوریتم های جمعیتی بسیار ساده تر است؛ زیرا این الگوریتم از عملگرهای تقاطع و جهش استفاده نمی کند. در عوض PSO از اعداد حقیقی تصادفی و ارتباط سراسری در گروه های ذرات بهره می گیرد و دارای عملکرد آسان تری است. در الگوریتم اجتماع ذرات دو عامل اساسی بر روی کارایی الگوریتم نتیجه مستقیم دارد: الگوریتم و اندازه جمعیت. ضرایب الگوریتم مجموعه ای از اعداد حقیقی هستند که در معادله الگوریتم ظاهر می شوند و مسیر حرکت ذرات را در فضای جست و جو معین می کنند. در روش های متداول، این ضرایب

که در آن x_t بردار حالت، y_t بردار اندازه گیری، f و g توابع غیرخطی، w_t نویز پروسه و v_t نویز اندازه گیری است. فیلتر ذره ای تابع چگالی احتمال پسین $p(x_t | y_{1:t})$ را به صورت مجموعه ای از ذرات وزن داده شده به صورت زیر بیان می کند:



شکل (۱): توصیف تابع پسین با فیلتر ذره ای

$$S_t = \{(x_t^{(i)}, w_t^{(i)}) | i = 1, \dots, N\} \quad (2)$$

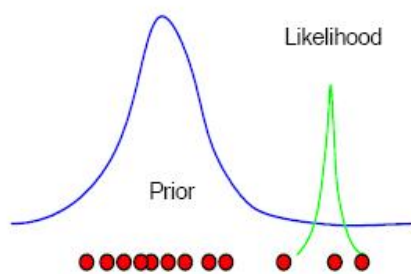
که N بیانگر تعداد ذرات است. شکل (۱) توصیف تابع پسین با فیلتر ذره ای را نشان می دهد. فیلتر ذره ای تابع پسین $p(x_t | y_{1:t})$ را به صورت زیر تقریب می زند [۲-۱]:

$$p(x_t | y_{1:t}) \approx \sum_{i=1}^N w_t^{(i)} \delta(x_t - x_t^{(i)}) \quad (3)$$

که $\delta(\cdot)$ تابع دلتای دیراک است. $w_t^{(i)} > 0$ وزن مربوط به $x_t^{(i)}$ و $\sum_{i=1}^N w_t^{(i)} = 1$ است.

نمونه برداری مستقیم از تابع چگالی احتمال اصلی (که به تابع توزیع هدف^۲ معروف است) ممکن نیست؛ از این رو، از روش نمونه برداری پراهمیت^۳ استفاده می شود. در روش نمونه برداری پراهمیت، به جای نمونه برداری مستقیم از تابع هدف از یک تابع توزیع پیشنهادی، نمونه برداری می شود. در صورتی که تابع توزیع پیشنهادی به صورت $q(x_k | y_{1:t})$ در نظر گرفته شود، وزن مربوط به ذرات به صورت زیر است [۲]:

$$w_t^{(i)} = w_{t-1}^{(i)} \frac{p(y_t | x_t^{(i)}) p(x_t^{(i)} | x_{t-1}^{(i)})}{q(x_t^{(i)} | x_{t-1}^{(i)}, y_{1:t})} \quad (4)$$



شکل (۲): هم‌پوشانی بین درست‌نمایی و توزیع پیشنهادی [۲۰]

انتخاب تابع توزیع پیشنهادی به این صورت با وجود سادگی، دارای مشکلاتی است. در صورتی که تابع توزیع پیشنهادی $p(x_k | x_{k-1})$ پهن‌تر از تابع درست‌نمایی باشد، به تعداد ذرات کمی، وزن بالایی اختصاص می‌یابد. این موضوع در شکل (۲) نشان داده شده است. این پدیده سبب می‌شود که ذرات به سرعت تباهیده شوند که در متون مربوط به فیلترهای ذره‌ای، این مشکل به پدیده تباهیدگی معروف است. در صورت رخ دادن این پدیده، تلاش زیادی برای به‌روزرسانی ذراتی می‌شود که سهم‌شان در تقریب تابع چگالی احتمال پسین تقریباً ناچیز است. از طرفی، تباهیدگی سبب خواهد شد که بعد از مرحله نمونه‌برداری مجدد تنوع میان ذرات از بین برود و سبب ایجاد پدیده‌ای به نام فقر نمونه شود. نسخه‌های مختلفی از فیلتر ذره‌ای برای حل این مشکل معرفی شده‌اند که از جمله آن‌ها می‌توان به فیلتر ذره‌ای کمکی (APF) [۱۸]، فیلتر ذره‌ای توسعه‌یافته (EPF)، فیلتر ذره‌ای بی‌رد (UPF) [۱۴-۱۳] اشاره کرد که همه این روش‌ها محاسبات فیلتر ذره‌ای را افزایش می‌دهند. در این مقاله، تابع انتقال حرکت به‌عنوان تابع توزیع پیشنهادی در نظر گرفته شده است؛ اما PSO ذرات را به ناحیه‌ای از فضای حالت که تابع احتمال پراهمیت است جابه‌جا می‌کند. برای این منظور، ماکزیمم کردن تابع چگالی احتمال پسین به صورت یک تابع هزینه در نظر گرفته شده است:

$$\arg \max_x p(x^t | y^t, u^t) \quad (۸)$$

با توجه به قانون بیس، $p(x^t | y^t, u^t)$ را می‌توان

به صورت زیر تجزیه کرد:

عموماً به صورت ثابت یا متغیر هستند. در الگوریتم PSO تعدادی از ذرات در فضای جست‌وجو حرکت می‌کنند و هر ذره بهترین تجربه شخصی خود را اعم از بردار موقعیت و نیز بردار سرعت حفظ می‌کند و کل گروه ذرات نیز بهترین تجربه جمعی را حفظ می‌کنند. بردار سرعت در هر لحظه بر اساس سه عامل سرعت در گام قبل، بهترین تجربه شخصی و بهترین تجربه جمعی به‌روز می‌شود و پس از آن موقعیت هر ذره بر اساس این سرعت جدید به‌روز می‌شود. به طور کلی اگر $\bar{x}_i(t)$ نشان‌دهنده موقعیت ذره P_i در فضای جست‌وجو در لحظه t باشد، موقعیت P_i با افزودن سرعت $\bar{v}_i(t)$ به موقعیت فعلی به صورت زیر تغییر می‌کند [۲۴-۲۵]:

$$\bar{x}_i(t) = \bar{x}_i(t-1) + \bar{v}_i(t) \quad (۵)$$

$$\bar{v}_i(t) = \bar{v}_i(t-1) + c_1 r_1 (\bar{P}_{bi} - \bar{x}_i(t-1)) + c_2 r_2 (\bar{P}_g - \bar{x}_i(t-1)) \quad (۶)$$

که در آن $\bar{v}_i(t)$ بردار سرعت در گام t ، c_1 و c_2 مقادیر مثبت و r_1 و r_2 اعدادی تصادفی که به صورت نرمال در بازه $[0, 1]$ تولید می‌شوند. پارامترهای \bar{P}_{bi} و \bar{P}_g نشان‌دهنده موقعیت بهترین تجربه شخصی و بهترین تجربه جمعی هستند.

۴- بهینه‌سازی فیلتر ذره‌ای

در این بخش، بهینه‌سازی فیلتر ذره‌ای مد نظر است. از آنجایی که عملکرد فیلتر ذره‌ای به‌طور عمده به نمونه‌برداری و روش نمونه‌برداری مجدد وابسته است، این بهینه‌سازی با بهبود نمونه‌برداری و نمونه‌برداری مجدد انجام شده است.

۴-۱- بهینه‌سازی نمونه‌برداری

انتخاب تابع توزیع پیشنهادی یکی از گام‌های مهم در فیلتر ذره‌ای است. عمومی و ساده‌ترین انتخاب برای تابع توزیع پیشنهادی، تابع انتقال حرکت است [۱-۲]:

$$q(x_k | x_{k-1}^i, y_k) = p(x_k | x_{k-1}^i) \quad (۷)$$

$$x_t^{(i)} = x_{t-1}^{(i)} + v_t^{(i)}$$

$$v_t^{(i)} = \omega v_{t-1}^{(i)} + c_1 r_1 (P_{best} - s_{t-1}^{(i)}) + c_2 r_2 (P_{gbest} - s_{t-1}^{(i)})$$

تابع برازندگی سوق می‌دهد. با مجموعه ذرات جدید (ذرات جابه‌جاشده)، فرآیند نمونه‌برداری براساس تابع توزیع پیشنهادی انجام می‌شود؛ بنابراین گام نمونه‌برداری به صورت زیر اصلاح می‌شود:

۱- نمونه‌برداری از تابع توزیع پیشنهادی

ذرات به صورت زیر از تابع انتقال حرکت نمونه‌برداری می‌شوند:

$$x_t^{(i)} \sim p(x_t | x_{t-1}^{(i)})$$

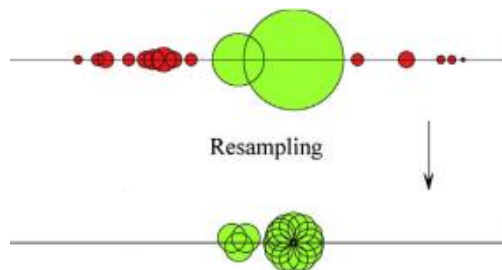
۲- بردن ذرات به ناحیه پراهمیت تابع چگالی احتمال پسین توسط PSO

۳- محاسبه وزن ذرات

$$w_t^{(i)} = w_{t-1}^{(i)} p(y_t | x_t^{(i)})$$

۴-۲- بهبود نمونه‌برداری مجدد

در حالت کلی، یک خاصیت فیلتر ذره ای این است که واریانس وزن نمونه‌ها در طول زمان افزایش می‌یابد. برای حل این مشکل، نمونه‌برداری مجدد انجام می‌شود. نمونه‌برداری مجدد مطابق شکل (۳) سبب می‌شود که ذرات با وزن کوچک حذف شوند و ذرات با وزن بزرگتر تکثیر شوند [۹].



شکل (۳): نمونه‌برداری مجدد

به عبارت دیگر، نمونه‌برداری مجدد، یک نگاهت از اندازه تصادفی $\{x_k^i, w_k^i\}$ به اندازه تصادفی $\{x_k^{*i}, \frac{1}{N}\}$ با وزن‌های یکنواخت است که نمونه‌های تصادفی مجموعه جدید $\{x_k^{*i}\}_{i=1}^N$ با نمونه‌برداری مجدد تولید می‌شوند. پروسه نمونه‌برداری مجدد به چندین طریق، ممکن است

$$p(x^t | y^t, u^t) = \eta \{ p(y_t | x^t, y^{t-1}, u^t) \cdot p(x_t | x^{t-1}, y^{t-1}) p(x^{t-1} | y^{t-1}) \}$$

بنابراین مسئله بهینه‌سازی از نوع ماکزیم‌سازی و به صورت زیر است:

$$\arg \max_x f(x)$$

که تابع $f(x)$ فرم زیر هستند:

$$f_t(x_t) = p(y_t | x^t, y^{t-1}, u^t) \cdot p(x_t | x^{t-1}, y^{t-1}) p(x^{t-1} | y^{t-1}, u^{t-1})$$

برای سادگی می‌توان از تابع هدف لگاریتم گرفت:

$$\log f_t(x_t) = \log p(y_t | x^t, y^{t-1}, u^t) + \log p(x_t | x^{t-1}, y^{t-1}) + \log p(x^{t-1} | y^{t-1}, u^{t-1})$$

با تعریف $F_t(x_t) = \log f_t(x_t)$ رابطه بالا را می‌توان

به فرم بازگشتی زیر نوشت:

$$F_t(x_t) = \log f_t(x_t) = \log p(y_t | x^t, y^{t-1}, u^t) + \log p(x_t | x^{t-1}, y^{t-1}) + F_{t-1}(x_{t-1})$$

در حالت کلی، برای مدل‌های غیرخطی، این مسئله جواب تحلیلی بسته‌ای ندارد. از یک رو در این مقاله از محاسبات تکاملی استفاده شده است. با وجود اینکه تعداد الگوریتم‌های تکاملی مختلفی وجود دارد، از الگوریتم PSO برای حل این مسئله استفاده شده است. این بدان دلیل است که الگوریتم PSO، جواب را با سرعت بیشتری نسبت به سایر الگوریتم‌های تکاملی پیدا می‌کند. همچنین الگوریتم PSO به راحتی پیاده‌سازی می‌شود و تعداد پارامترهای کمی برای تنظیم دارد. برای حل مسئله بهینه‌سازی، تابع برازندگی الگوریتم PSO را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$Fitness = \log p_{v_t}(y_t | x_t) + p_{\omega_t}(x_t | x_{t-1}, u_{t-1}) \quad (10)$$

ذرات باید به گونه‌ای حرکت کنند که تابع برازندگی بهینه شود. در این مقاله، PSO این کار را با تنظیم موقعیت و سرعت ذرات انجام می‌دهد. الگوریتم PSO سرعت و موقعیت هر ذره را به صورت زیر به روز می‌کند:

گرفته می‌شود که چه تعداد کوبی از هر ذره ساخته شود. اگرچه این الگوریتم‌ها عملکرد خوبی دارد، اما موجب ازدست‌دادن تنوع میان ذرات می‌شوند.

در این مقاله، به منظور جلوگیری از، از بین رفتن تنوع میان ذرات و همچنین کاهش حجم محاسبات، الگوریتم نمونه‌برداری مجدد جدیدی ارائه شده است. ایده روش پیشنهادی، نمونه‌برداری مجدد روی بخشی از ذرات است. در این روش، نمونه‌برداری مجدد روی ذرات با وزن زیاد و ناچیز صورت می‌گیرد. در این الگوریتم، ذرات با وزن زیاد جایگزین ذرات با وزن ناچیز می‌شوند و ذرات با وزن متوسط نمونه‌برداری مجدد نمی‌شوند. این روش نمونه‌برداری مجدد شامل دو گام است:

- ۱) دسته‌بندی ذرات به ذرات با وزن متوسط، ناچیز و زیاد
- ۲) انجام نمونه‌برداری مجدد روی ذرات با وزن ناچیز و زیاد

در اولین مرحله از این روش، وزن هر ذره با یک مقدار آستانه بالا w_H و یک مقدار آستانه پایین w_L مقایسه می‌شود. ذرات با وزن بیشتر از w_H به عنوان ذرات با وزن بالا، ذرات با وزن کمتر از w_L به عنوان ذرات با وزن ناچیز، و ذرات با وزن بین این دو آستانه به عنوان ذرات با وزن متوسط در نظر گرفته می‌شوند. فرض کنید تعداد ذرات با وزن بزرگتر از w_H و کمتر از w_L به ترتیب به وسیله N_H و N_L مشخص شوند. در این صورت مجموع وزن ذراتی که نمونه‌برداری مجدد می‌شوند $S_{HL} = \sum_{i=1}^{N_H+N_L} w_i^{[i]}$ است که i به گونه‌ای انتخاب می‌شود که شرایط $w_i^{[i]} > w_H$ یا $w_i^{[i]} < w_L$ برقرار باشد.

در دومین مرحله، وزن‌شان رتبه ذراتی که در شرایط $w_i^{[i]} > w_H$ یا $w_i^{[i]} < w_L$ صدق می‌کنند را تعیین می‌کند. در یک جمعیت با اندازه n_p اگر رتبه ذره با کمترین وزن صفر و رتبه ذره با بیشترین وزن $n_p - 1$ تعریف شود، آنگاه احتمال انتخاب برای هر ذره i به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$p^{(i)} = \frac{1}{n_p} (\alpha_{rank} + rank^{(i)} (\beta_{rank} - \alpha_{rank})) / (n_p - 1)$$

که α_{rank} تعداد فرزندان تخصیص داده شده به بدترین ذره است و β_{rank} تعداد فرزندان پیش‌بینی شده

صورت بگیرد؛ اما ساده‌ترین روش آن به صورت زیر است که برای هر $i = 1, \dots, N$ دو گام زیر باید اجرا شود [۲]:

۱- تولید یک عدد تصادفی u که به طور یکنواختی در فاصله [0 1] توزیع شده باشد.

۲- جمع کردن $w_k^{(i)}$ تا زمانی که داشته باشیم

$$\sum_{m=1}^{j-1} w_k^{(m)} < u \leq \sum_{m=1}^j w_k^{(m)}$$

در این صورت ذره جدید x_k^{*i} به صورت $x_k^{*i} = x_k^m$ است.

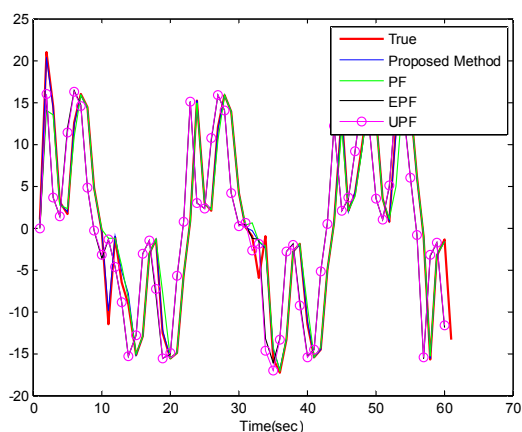
اگرچه نمونه‌برداری مجدد، مسئله تباهیدگی را کاهش می‌دهد، اما سبب حذف برخی ذرات خوب از مجموعه نمونه‌ها و در بدترین حالت فیلتر واگرا خواهد شد. همچنین، هر زمان که نمونه‌برداری مجدد انجام می‌شود، کل تاریخچه مسیر برای همیشه از بین می‌رود. این سبب از بین رفتن تنوع میان ذراتی می‌شود که حالت‌های گذشته را ارائه می‌کنند. همان‌طور که زمان می‌گذرد، تعداد ذرات مجزا و در نتیجه واریانس نمونه‌ها کاهش و ناسازگاری فیلتر، افزایش می‌یابد. برای حل این مشکل، تعیین زمان نمونه‌برداری مجدد و چگونگی انجام آن مهم است. برای تعیین زمان نمونه‌برداری مجدد، تعداد ذرات مؤثر N_{eff} ارائه پیشنهاد شده است. تعداد ذرات مؤثر N_{eff} به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$N_{eff} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N (w_i^{(i)})^2} \quad (11)$$

که $w_i^{[i]}$ وزن نرمال شده ذره i -ام و N تعداد ذرات است. هر وقت که مقدار N_{eff} به زیر مقدار آستانه از پیش تعیین شده برسد، نمونه‌برداری مجدد انجام می‌شود. در حوزه فیلترهای ذره‌ای، الگوریتم‌های زیادی برای نمونه‌برداری مجدد ارائه شده است. معروف‌ترین الگوریتم‌های نمونه‌برداری مجدد، نمونه‌برداری مجدد چند جمله‌ای^{۱۱}، نمونه‌برداری مجدد طبقه‌بندی شده^{۱۲}، نمونه‌برداری مجدد سیستماتیک^{۱۳} و نمونه‌برداری مجدد باقیمانده طبقه‌بندی شده RSR^{۱۴} هستند [۹-۱۰] که در بیشتر کاربردها معمولاً از RSR استفاده می‌شود.

در همه این الگوریتم‌ها با توجه به وزن ذرات تصمیم

R_t و Q_t باشند. برای ارزیابی عملکرد فیلتر پیشنهادی، عملکرد آن با فیلتر ذره‌ای استاندارد (PF)، EPF و UPF تحت شرایط مختلف مقایسه شده است.



شکل (۴): تخمین به دست آمده از فیلترها ($R_t = 1^2, Q_t = 1^2$)

۵-۱- ارزیابی عملکرد

در ابتدا فرض می‌شود در همه الگوریتم‌ها، نویز پروسه و اندازه‌گیری به صورت زیر باشد:

$$R_t = 1^2 \quad Q_t = 1^2 \quad (12)$$

همچنین تعداد ذرات $N = 100$ در نظر گرفته شده است. شکل‌های (۴-۷) نتایج را برای این شرایط نشان می‌دهند. نتایج از روش مونت کارلو با ۵۰ بار اجرا به دست آمده‌اند.

در شکل (۴) روش پیشنهادی PF، EPF و UPF، حالت واقعی و حالت تخمین زده شده را رسم کرده است. ملاحظه می‌شود که با این فیلتر پیشنهادی در مقایسه با سایر روش‌ها، حالت تخمین زده شده از حالت واقعی انحراف کمتری دارد.

برای ارزیابی بیشتر دقت روش پیشنهادی و مقایسه عملکرد آن با سایر الگوریتم‌ها از جمله PSO-PF [۲۰-۲۱]، مقدار جذر میانگین مربع خطا (RMSE) بررسی شده است. مقدار RMSE روش پیشنهادی، PF، EPF، EPF، و UPF بر حسب زمان در شکل (۵) و میانگین و انحراف استاندارد آن در شکل (۶) نشان داده شده است. هر میله در شکل (۶) نشان‌دهنده میانگین و انحراف استاندارد RMSE است. نتایج نشان می‌دهند که عملکرد فیلتر پیشنهادی بهتر

است که به بهترین ذره در طول هر نسل تخصیص داده شده‌اند. با این انتخاب احتمالاتی، یکی از الگوریتم‌های نمونه‌برداری مجدد روی ذراتی که وزنشان در قیده‌های آستانه‌ای صدق می‌کند، اجرا می‌شود. در اینجا از الگوریتم نمونه‌برداری مجدد سیستماتیک برای نمونه‌برداری مجدد استفاده شده است.

روش نمونه‌برداری مجدد پیشنهاد شده در ساختار و مشخصاتی نظیر سرعت و تنوع میان ذرات که خیلی در پیچیدگی محاسبات و سازگاری مهم است با RSR متفاوت است. در RSR نمونه‌برداری مجدد روی همه ذرات انجام می‌شود؛ در حالی که در روش پیشنهادی، نمونه‌برداری روی بخشی از ذرات انجام می‌گیرد. در RSR نمونه‌برداری مجدد بر اساس وزن ذرات است؛ در حالی که در روش پیشنهادی، نمونه‌برداری مجدد بر اساس انتخاب احتمالاتی است. همچنین الگوریتم پیشنهادی می‌تواند آستانه‌هایی را برای حفظ درجه تنوع میان ذرات کنترل کند و تباهدگی را کاهش دهد. از آنجایی که نمونه‌برداری مجدد روی تعداد نمونه کمتری اجرا می‌شود، این مشخصات نمونه‌برداری مجدد پیشنهادی موجب می‌شود که نمونه‌برداری مجدد زودتر انجام شود.

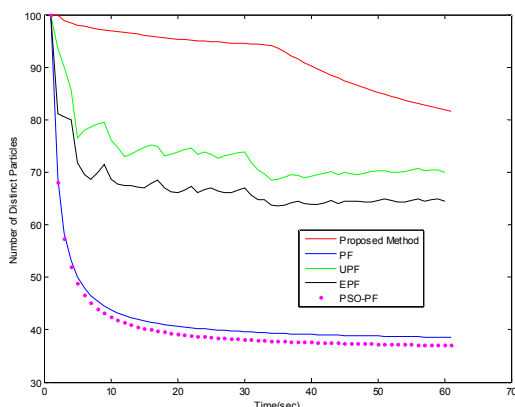
۵- شبیه‌سازی و نتایج

برای ارزیابی عملکرد فیلتر ذره‌ای پیشنهادی، سیستم غیرخطی زیر در نظر گرفته شده است. میزان غیرخطی بودن این سیستم زیاد است و به همین دلیل در مقالات زیادی جهت ارزیابی عملکرد فیلترها استفاده شده است [۴، ۱۳]:

$$x_t = \frac{x_{t-1}}{2} + \frac{25x_{t-1}}{1+x_{t-1}^2} + 8 \cos(1.2t) + w_{t-1} \quad (11)$$

$$y_t = \frac{x_t^2}{20} + v_t$$

w_t و v_t به ترتیب نویز اندازه‌گیری و فرآیند هستند. همچنین فرض می‌شود که نویز پروسه و اندازه‌گیری مستقل از یکدیگر و گوسی با ماتریس‌های کواریانس به ترتیب



شکل (۷): تنوع میان ذرات ($R_t = 1^2, Q_t = 1^2$)

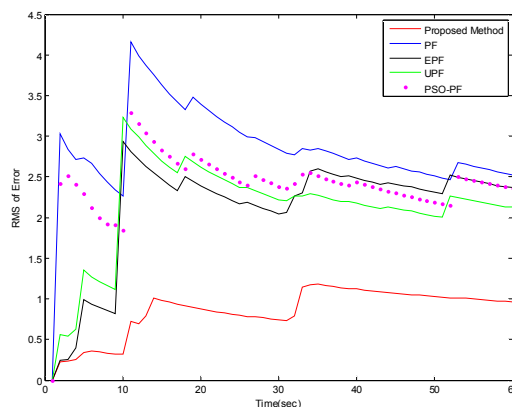
جدول (۱): عملکرد فیلترها با تعداد ذرات مختلف

$$(R_t = 1^2, Q_t = 1^2)$$

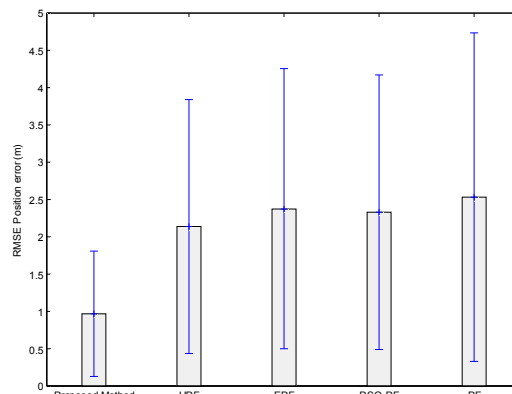
Number Particle	Methods	RMSE		Processing Time
		Mean	Var	
100	Proposed Method	0.84	0.96	0.3
	UPF	1.7	2.1	1.29
	EPF	1.88	2.3	0.51
	PF	2.2	2.52	0.14
50	Proposed Method	1.17	1.1	0.18
	UPF	1.92	2.21	0.66
	EPF	2.7	3.19	0.26
	PF	3	3.27	0.08
10	Proposed Method	2.3	1.92	0.10
	UPF	3.25	4	0.20
	EPF	3.47	4.68	0.09
	PF	4.8	5.5	0.03

عملکرد روش پیشنهادی با تعداد ذرات مختلف در مقایسه با PF، EPF و UPF در جدول (۱) نشان داده شده است. مشاهده می‌شود، وابستگی عملکرد PF به تعداد ذرات از همه فیلترها بیشتر و روش پیشنهادی کمترین وابستگی را به تعداد ذرات دارد. این موضوع بدان علت است که در روش پیشنهادی، PSO ذرات را در ناحیه با احتمال بالا قبل از نمونه‌برداری قرار می‌دهد. به علاوه الگوریتم نمونه‌برداری مجدد جدید تنوع میان ذرات را حفظ می‌کند و باعث می‌شود ذرات نمونه‌برداری مجدد شده به طور مجانبی نمونه‌ها را از تابع چگالی احتمال پسین حالت واقعی تقریب بزنند. به عبارت دیگر، روش پیشنهادی

از سایر روش‌ها است. این بدان علت است که نمونه‌برداری و نمونه‌برداری مجدد در روش پیشنهادی بهبود یافته است. در روش پیشنهادی، ترکیب PSO با تابع توزیع پیشنهادی سبب بهبود توزیع نمونه‌ها و سرعت بخشیدن به همگرایی مجموعه ذرات می‌شود؛ بنابراین اثر هر ذره افزایش یافته و تنوع میان ذرات بهبود پیدا کرده است. نهایتاً الگوریتم نمونه‌برداری مجدد جدید، موجب افزایش تنوع میان ذرات و در نتیجه سازگاری و دقت می‌شود.

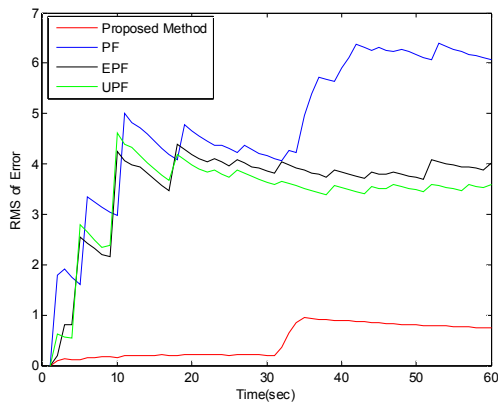


شکل (۸): RMSE نسبت به زمان ($R_t = 1^2, Q_t = 1^2$)

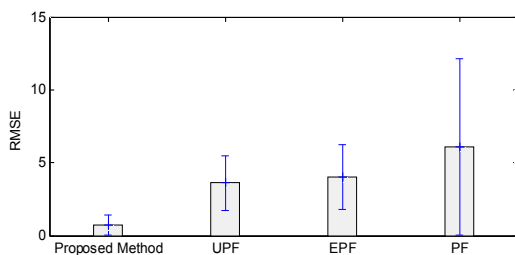


شکل (۹): RMSE فیلترها ($R_t = 1^2, Q_t = 1^2$)

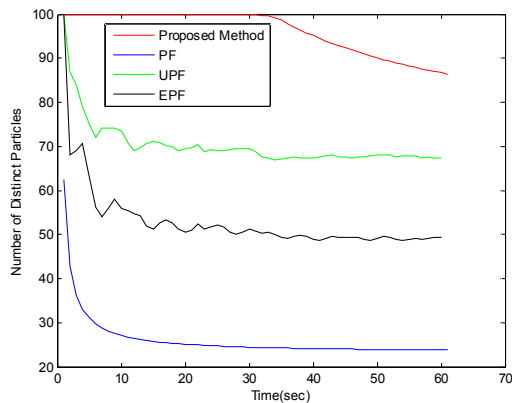
مطابق شکل (۷) تنوع میان ذرات در روش پیشنهادی بیش از سایر فیلترها است؛ در نتیجه، در روش پیشنهادی، ذرات می‌توانند تقریب بهتری از تابع چگالی احتمال پسین بزنند و دقت تخمین‌ها بهبود پیدا می‌کند. همچنین تنوع ذرات در الگوریتم PSO-PF از همه کمتر است. الگوریتم PSO-PF، اگرچه مطابق شکل (۶) دقتی در حد EPF دارد، اما از آنجایی که تنوع میان ذرات آن کم است از سازگاری کمتری برخوردار است.



شکل (۹): RMSE نسبت به زمان ($R_t = 1^2, Q_t = 3^2$)



شکل (۱۰): عملکرد فیلترها ($R_t = 1^2, Q_t = 3^2$)



شکل (۱۱): تنوع میان ذرات ($R_t = 1^2, Q_t = 3^2$)

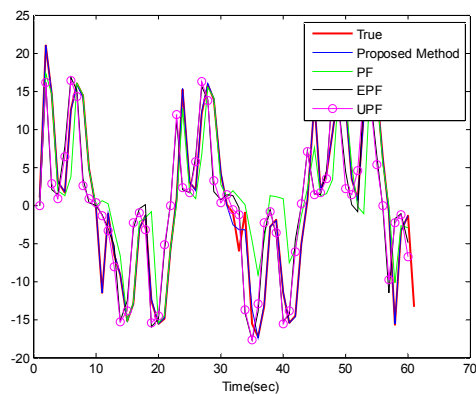
عملکرد روش پیشنهادی در این حالت با تعداد ذرات مختلف در مقایسه با سایر فیلترها در جدول (۲) نشان داده شده است. مشاهده می شود که مشابه حالت قبل، وابستگی عملکرد روش پیشنهادی به تعداد ذرات از همه روش ها کمتر است.

می تواند از فقر نمونه ها جلوگیری کند و در نتیجه به تعداد ذرات زیاد نیازی نیست. امتیاز الگوریتم جدید این است که آن می تواند هزینه محاسباتی را کاهش دهد؛ زیرا نمونه برداری مجدد روی تنها بخشی از ذرات انجام می شود. همان طور که در جدول (۱) نشان داده شده است، زمان محاسبات الگوریتم پیشنهادی تقریباً نزدیک PF است؛ از این رو روش پیشنهادی برای به دست آوردن دقت تخمین یکسان با سایر روش ها به تعداد ذرات کمتری لازم است.

سپس عملکرد فیلتر پیشنهادی با دیگر فیلترها در شرایطی مقایسه می شود که نویز پروسه و اندازه گیری به صورت زیر است:

$$R_t = 1^2 \quad Q_t = 3^2 \quad (13)$$

شکل های (۸-۱۱) نتایج را برای این حالت نشان می دهد. نتایج با ۵۰ بار اجرا به دست آمده است. شکل (۸) حالت واقعی و حالت های تخمین زده شده توسط فیلترها را نشان می دهد. مقدار RMSE در طول زمان در شکل (۹) و میانگین و انحراف استاندارد آن در شکل (۱۰) نشان داده شده است. مشاهده می شود که در این حالت، عملکرد فیلتر ذره ای بدتر از حالت قبل است؛ در حالی که عملکرد روش پیشنهادی در این حالت تقریباً با حالت قبل یکسان است. در صورتی که نویز پروسه نسبت به نویز اندازه گیری بیشتر باشد، به دلیل اینکه فقر نمونه بیشتر در فیلتر ذره ای اتفاق می افتد، دقت تخمین ها و تنوع میان ذرات کمتر می شود. از شکل (۱۱) مشاهده می شود، تنوع میان ذرات در فیلتر ذره ای نسبت به حالت قبل به طور چشمگیری نسبت به سایر فیلترها کاهش یافته است.



شکل (۸): تخمین به دست آمده از فیلترها ($R_t = 1^2, Q_t = 3^2$)

جدول (۲): عملکرد فیلترها با تعداد ذرات مختلف

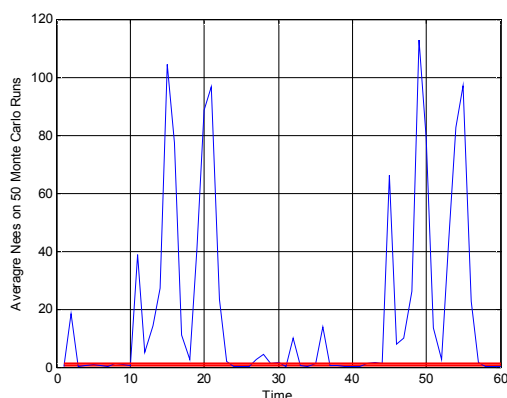
$$(R_t = 1^2, Q_t = 3^2)$$

Number Particle	Methods	RMSE		Processing Time
		Mean	Var	
100	Proposed Method	0.86	0.9	0.3
	UPF	3.6	1.98	1.29
	EPF	4	2.2	0.51
	PF	6	6.05	0.14
50	Proposed Method	1.2	1.18	0.18
	UPF	3.9	2.31	0.66
	EPF	4.5	3.3	0.26
	PF	6.7	6.8	0.08
10	Proposed Method	2.5	1.95	0.10
	UPF	4.5	4.12	0.20
	EPF	4.92	4.35	0.09
	PF	7.94	8.41	0.03

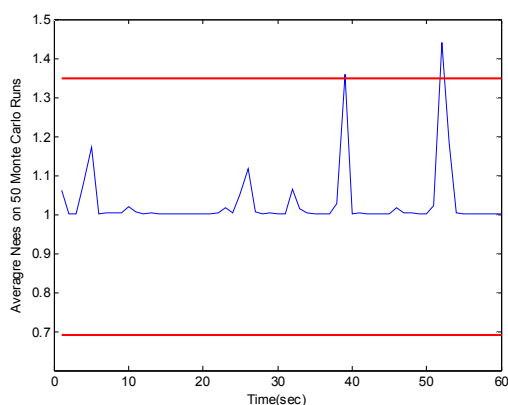
$$\bar{\varepsilon}_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon_{it}$$

برای فیلتر گوسین خطی سازگار، $N \bar{\varepsilon}_t$ دارای تابع چگالی احتمال \mathcal{N}^2 با درجه آزادی $N \dim(x_t)$ است. برای مطالعه بیشتر در مورد سازگاری یک فیلتر از طریق متوسط NEES می‌توان به [۲۶] مراجعه کرد. برای حالت یک بعدی وسیله، با ۵۰ شبیه‌سازی مونت کارلو، دو سمت احتمال ۹۵٪ برای $\bar{\varepsilon}_k$ به بازه [0.69 1.35] محدود می‌شود. سازگاری الگوریتم‌ها در شرایطی مقایسه می‌شود که نویز پروسه و اندازه‌گیری به صورت زیر است:

$$R_t = 1^2 \quad Q_t = 3^2 \quad (14)$$



الف



ب

شکل (۱۲): سازگاری (الف) PF (ب) روش پیشنهادی

شکل (۱۲) سازگاری فیلتر پیشنهادی و فیلتر ذره‌ای را نشان می‌دهد. نتایج حاکی از این است که سازگاری روش

۵-۲- بررسی سازگاری

برای ارزیابی سازگاری روش پیشنهادی، از متوسط نرمال شده مربع خطای تخمین (NEES) استفاده شده است. اگر خطای تخمین حالت در معادلات زیر صدق کند، یک فیلتر سازگار نامیده می‌شود:

$$E[e_t] = 0$$

$$E[e_t e_t^T] = \hat{P}_t$$

که $e_t = x_t - \hat{x}_t$ خطای تخمین، \hat{x}_t حالت تخمین زده شده و \hat{P}_t کواریانس حالت‌های تخمین زده شده در لحظه t است. در معادلات بالا، اولین رابطه، لازمه بدون بایاس بودن تخمین‌ها است؛ در حالی که دومین رابطه، لازمه تطبیق کواریانس است. در عمل، سازگاری به وسیله اجرای چندین بار مونت کارلو و محاسبه NEES ارزیابی می‌شود. اگر حالت واقعی x_t معلوم باشد، NEES به صورت زیر است: [۲۶]

$$\varepsilon_t = e_t^T P_t^{-1} e_t$$

سازگاری به وسیله چندین بار اجرای مونت کارلو و محاسبه متوسط NEES ارزیابی می‌شود. با فرض اینکه N تعداد اجراها باشد، متوسط NEES به صورت زیر محاسبه می‌شود:

- Clapp, T., "A tutorial on particle filters for Online nonlinear/nongaussian Bayesian tracking", IEEE Trans. Signal Process., Vol. 50, No. 2, pp. 174–188, 2002.
- [3] Chen, S., "Kalman filter for robot vision: A survey", IEEE Trans. Ind. Electron., Vol. 59, No. 11, pp. 4409–4420, 2012.
- [4] Loiola, M. B. Lopes, R.R., Romano, J.M.T., "Modified Kalman filters for channel estimation in orthogonal space-time coded systems", IEEE Trans. Signal Process., Vol. 60, No. 1, pp. 533–538, 2012.
- [5] Roshany-Yamchi, S., Cychowski, M., Negenborn, R.R., De Schutter, B., Delaney, K., Connell, J., "Kalman filter-based distributed predictive control of large-scale multi-rate systems: Application to power networks", IEEE Trans. Contr. Syst. T., Vol. 21, No. 1, pp. 27–39, 2013.
- [6] Gustafsson, F., Gunnarsson, F., Bergman, N., Forsell, U., Jansson, J., Karlsson, R., Nordlund, P.J. "Particle filters for positioning, navigation, and tracking", IEEE Trans. Signal Process., Vol. 50, No. 2, pp. 425–437, 2002.
- [7] Shenoy, A., Prakash, J., Prasad, V., Shah, S., McAuley, K., "Practical issues in state estimation using particle filters: Case studies with polymer reactors", Journal Process Control, Vol. 23, No. 2, pp. 120–131, 2013.
- [8] Park, S., Hwang, J., Kim, E., Kang, H., "A New Evolutionary Particle Filter for the Prevention of Sample Impoverishment", IEEE Trans. On Evolutionary Computation, Vol.13, No. 4, pp.801–809, 2009.
- [9] Xiaoyan, F., Yingmin, J., "An Improvement on Resampling Algorithm of Particle Filters", IEEE Transactions Signal Processing, Vol. 58, pp. 5414–5420, 2010.
- [10] Chi, F., Meng, W., Qing-Bo, J., "Analysis and Comparison of Resampling Algorithms in Particle Filter", Journal of system simulation, Vol. 4, No.4, pp.1101–1105, 2009.
- [11] Carter, C. K., et al., "An extended space approach for particle Markov chain Monte Carlo methods", arXiv preprint arXiv:1406.5795, 2014.
- [12] Doucet, A., Godsill, S., Andrieu, C., "On sequential Monte Carlo sampling methods for Bayesian filtering", Statistics and Computing, Vol.10, No.3, pp.192–208, 2000.
- [13] Qing, X., et al., "Decentralized unscented Kalman filter based on a consensus algorithm for multi-area dynamic state estimation in power systems", International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Vol.65, No.1, pp. 26–33, 2015.
- [14] Merwe, R., Doucet, A., de Freitas, N., Wan, E., "The unscented particle filter", Technical Report CUED/F INFENG/TR 380, Cambridge University Engineering Department, 2000.
- [15] Zhang, G.-Y., Cheng, Y.-M., Yang, F., Pan, Q., and Liang, Y., "Design of an Adaptive Particle Filter Based on Variance Reduction Technique", Acta Automatica Sinica, Vol. 36, No.7, pp. 1020–1024, 2010.
- [16] J. Joseph Ignatious, J., UmaMageswari, A.,

پیشنهادی بیشتر از فیلتر ذره‌ای است. این به این دلیل است که تنوع میان ذرات در روش پیشنهادی بیشتر است. نرخ ازدست‌دادن تنوع میان ذرات با ثابت تعداد ذرات مجزا تخمین زده شده است. شکل (۱۱) تعداد ذرات مجزا که بعد از نمونه‌برداری مجدد شمارش شده‌اند را برای حالت $R_t = 1^2$, $Q_t = 3^2$ نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، تعداد ذرات مجزا در روش پیشنهادی بیشتر از PF است؛ بنابراین انتظار می‌رود که سازگاری روش پیشنهادی بیشتر از سایر روش‌ها باشد.

۶- نتیجه‌گیری

فیلتر ذره‌ای در طول زمان ناسازگار است. روش نمونه‌برداری و نمونه‌برداری مجدد برای بهبود دقت و سازگاری بسیار مهم است. در این مقاله به سازگاری فیلتر ذره‌ای با بهبود نمونه‌برداری و نمونه‌برداری توجه شده است. بهینه‌سازی نمونه‌برداری، با واردکردن PSO به داخل گام نمونه‌برداری پراهمیت انجام شده است که موجب حرکت نمونه‌ها به سمت ناحیه با احتمال بالای پسین و بهبود توزیع نمونه‌ها می‌شود. برای کاهش اثر نمونه‌برداری مجدد روی دقت و سازگاری، یک روش جدید نمونه‌برداری مجدد ارائه شده است. روش نمونه‌برداری مجدد پیشنهادی، علاوه بر حفظ تنوع میان ذرات، ذرات نمونه‌برداری مجدد شده را وادار کند که به‌طور مجانی نمونه‌ها را از تابع چگالی احتمال پسین حالت‌های واقعی تقریب بزنند. از آنجایی که روش نمونه‌برداری مجدد پیشنهادی روی تنها بخشی از نمونه‌ها انجام می‌شود، هزینه محاسبات کاهش می‌یابد که این از امتیازات روش ارائه شده است. عملکرد روش پیشنهادی با استفاده از شبیه‌سازی مختلف بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهند روش پیشنهادی، عملکرد بهتری از حیث دقت و سازگاری نسبت به سایر فیلترها دارد.

مراجع

- [1] Ristic, B., Arulampalam, S., Gordon, N., in Beyond Kalman Filter: Particle Filters Tracking Applicat, 1st ed. Boston, 2004.
- [2] Arulampalam, S., Maskell, S., Gordon, N.,

¹³ Systematic resampling

¹⁴ Residual stratified resampling

Abraham Lincon, S., "Adaptive Particle Filter Approach to Approximate Particle Degeneracy", *International Journal of Scientific & Engineering Research* Vol. 3, No.7, pp. 2229-5518, 2012.

- [17] Kronander, J., Schon, T.B., "Robust auxiliary particle filters using multiple importance sampling", In *Proceedings of the IEEE Statistical Signal Processing Workshop (SSP)*, pp. 268-271, 2014.
- [18] Higuchi, T., "Monte Carlo filter using the genetic algorithm operators", *Journal of Statistics Computation and Simulation*, Vol.59, No.1, pp. 1-23, 1997.
- [19] Uosaki, K., Kimura, Y., Hatanaka, T., "Nonlinear State Estimation by Evolution Strategies Based Particle Filters", in *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 2003.
- [20] Tong, G., Zheng F., Xinhe X. "A particle swarm optimized particle filter for nonlinear system state estimation" *IEEE Congress on Evolutionary Computation, CEC 2006*, pp. 438 - 442, 2006.
- [21] Zhang, G., Yongmei C., Feng Y., Quan , P. "Particle filter based on PSO" in *Proceedings of International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation (ICICTA)*, pp.121-124 , 2008.
- [22] Hao, W., et al., "Fuzzy Particle Filtering for Uncertain Systems", *IEEE Transactions Fuzzy Systems*, Vol. 16, pp. 1114-1129, 2008.
- [23] Wang, E., et al., "Application of Neural Network Aided Particle Filter in GPS Receiver Autonomous Integrity Monitoring", in *Proceedings China Satellite Navigation Conference (CSNC)*, pp. 147-157, 2014.
- [24] Clerc, M., Kennedy, J., "The particle swarm— explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space", *IEEE Tran. Evolutionary computation*, Vol.6, No.1, pp.58-73, 2002.
- [25] Na, He., Dianguo, Xu., Huang, L. "The application of particle swarm optimization to passive and hybrid active power filter design", *IEEE Trans. Industrial Electronics*, Vol. 56, No.8, pp. 2841-2851, 2009.
- [26] Bar-Shalom, Y., Li, X.R., Kirubarajan, T., *Estimation with Applications to Tracking and Navigation* , John Wiley and Sons, 2001.

¹ Probability density function posterior

² Degeneracy

³ Extended particle filter

⁴ Unscented particle filter

⁵ Unscented Kalman filter

⁶ Likelihood function

⁷ Target distribution

⁸ Importance sampling

⁹ Sequence importance sampling

¹⁰ Likelihood function

¹¹ Multinomial resampling

¹² Stratified resampling